10

Colección Manuales de Asesoramiento Financiero

Análisis y selección de inversiones en mercados financieros

Eficiencia de los mercados, teoría de carteras, asignación de activos y definición de políticas de inversión

Xavier Brun
Manuel Moreno

PROFIT

Ánalisis y selección de inversiones en mercados financieros

Si desea recibir información gratuita
sobre nuestras publicaciones envíe sus datos a:

Ánalisis y selección de inversiones en mercados financieros

Eficiencia de los mercados, teoría de carteras, asignación de activos y definición de políticas de inversión

Xavier Brun
Manuel Moreno

Colección Manuales de Asesoramiento Financiero

PROFIT

COLECCIÓN MANUALES DE ASESORAMIENTO FINANCIERO
Director: Xavier Puig Pla
Coordinador: Pablo Larraga López
Supervisión de contenidos: Oscar Elvira Benito, Xavier Brun Lozano

Diseño cubierta: Jordi Xicart

ISBN eBook: 9788415330837

Índice

Primera parte

La eficiencia de los mercados. Teoría de carteras

Objetivos de la primera parte

Una vez leída la presente parte, se deberá ser capaz de:

1. Comprender las distintas hipótesis de los mercados eficientes: débil, semifuerte y fuerte.
2. Determinar el impacto de los supuestos de cada una de las hipótesis de los mercados eficientes.
3. Interpretar las consecuencias de las hipótesis de los mercados eficientes en los siguientes aspectos:
   - Tipos de análisis, fundamental y técnico.
   - Tipos de gestión, activa y pasiva.
4. Analizar las hipótesis para saber si se cumplen o no.
5. Construir una frontera eficiente.
6. Determinar cuáles son las carteras eficientes mediante los modelos:
   - Markowtiz
   - Tobin
   - Sharpe
   - CAPM
7. Crear carteras óptimas en función del nivel de riesgo del inversor.
8. Diferenciar entre riesgo sistemático y riesgo específico.
9. Encontrar el nivel de riesgo mínimo de una cartera.
10. Entender el concepto de beta de un activo y beta de una cartera.
11. Diferenciar entre las líneas CML y SML.

Capítulo 1
La eficiencia de los mercados

1.1. Introducción

«La economía es fácil», deberían pensar los analistas económicos a mediados del siglo XX, por lo que empezaron a analizar la evolución de distintas variables económicas y su capacidad de anticipar ciclos alcistas y bajistas en la economía. Debido a su potencial para generar beneficios, las acciones bursátiles fueron el objetivo de este tipo de análisis y en 1953 Maurice Kendall empezó a estudiar los patrones de comportamiento de las acciones[1]. Este autor empezó suponiendo que los precios de las acciones de una determinada empresa deberían reflejar las perspectivas de beneficios, el impacto de los ciclos económicos y toda aquella información que pudiera ser relevante para dicha empresa. Después de realizar este estudio, concluyó que los precios parecen seguir un cierto patrón aleatorio, esto es, suben y bajan sin tener en cuenta ninguna pauta anterior. Por tanto, para Kendall, los precios de las acciones parece que no son predecibles, lo cual implica que el mercado es irracional o está dominado por unos «espíritus animales» (*animal spirits).*

En una reflexión posterior, Kendall matizó la diferencia entre aleatorio e irracional. Así, estableció que el comportamiento aparentemente aleatorio de los precios de las acciones significa que el mercado es eficiente y, por tanto, funciona correctamente. Por el contrario, que el mercado sea irracional significa que el mercado no es eficiente.

En el presente capítulo se hablará de las hipótesis necesarias para determinar que un mercado es eficiente y el impacto que dichas hipótesis tendrán en el análisis del precio de las acciones, tanto en el análisis técnico como en el fundamental.

---

1. Maurice Kendall. «The Analysis of Economic Time Series, Part I: Prices». *Journal of the Royal Statistical Society 96* (1953).

1.2. El concepto de mercado eficiente

Si hoy en día existiera en el mercado un programa capaz de determinar el precio teórico exacto de una acción mediante la incorporación de todas las variables que afectan a dicha acción, pasaría lo siguiente.

Supongamos que el programa determina que el precio teórico de la acción de la empresa A ha de ser de 12 euros cuando hoy dicha acción cotiza a 10. Cualquier persona racional llamaría rápidamente al broker para que le compre acciones de la empresa A. Por otro lado, la gente que posee acciones de la empresa A no vendería sus acciones por debajo de 12. Este hecho haría que el precio de la acción subiría a 12 euros. A partir de ese momento, futuros movimientos deberían ser fruto de nuevas llegadas de información.

Entonces se puede decir que el precio actual de una acción es la mejor predicción porque refleja toda la información que se tiene de la empresa. Los movimientos en dichos precios se deben a nuevas noticias que afectan a la empresa. Por tanto, la predicción del precio de una acción será el resultado de la predicción utilizando toda la información referente a la acción, mientras que la información futura es impredecible, ya que no se sabe. Entonces, si el precio de la acción se mueve como respuesta a futura información (que es desconocida e impredecible), el movimiento de la acción será impredecible, independiente y aleatorio. Si la futura información se convierte en predecible, el cambio en la acción también lo será. Diremos entonces que el precio de la acción sigue un paseo aleatorio[2] o *random walk*.

No hay que confundir aleatoriedad en el cambio de precios con irracionalidad en el nivel de precios. Si los precios son determinados de forma racional y sólo la nueva información provocará que éstos cambien, estaremos entonces en un mercado eficiente. Por el contrario, si los precios de las acciones fueran predecibles y éstos no se reflejaran en el mercado (la cotización de la acción no es igual a su precio teórico), diríamos que el mercado es ineficiente, ya que el precio no recogería toda la información existente en el mercado. La situación en la que los precios de una acción son consecuencia de toda la información existente en el mercado se refleja en las **hipótesis de los mercados eficientes**.

2. Paseo aleatorio no es un término del todo exacto debido a que la tendencia de una acción es alcista principalmente por dos motivos, por el precio del dinero y por el supuesto de riesgos sistemáticos. Dichos riesgos y, por tanto, la expectativa de rentabilidad de la acción, cambian. El término «paseo aleatorio» es bastante restrictivo, ya que supone que las rentabilidades de las acciones son independientes e idénticamente distribuidas. Entonces, esto significaría que una acción debería tener rentabilidad esperada igual a cero. Es por este motivo que dicho término no es del todo correcto.

1.3. Formas de eficiencia del mercado

Un mercado eficiente puede entenderse en función de distintos aspectos. En este capítulo se describirán los distintos niveles de eficiencia que puede alcanzar un mercado en función del nivel de información disponible y su impacto en las cotizaciones. Como resultado, se pueden obtener tres niveles o formas de eficiencia.

Estos tres niveles fueron presentados en 1967 por Harry V. Roberts, profesor de la Universidad de Chicago.

1. Débil.
2. Semifuerte.
3. Fuerte.

1.3.1. *Hipótesis débil*

Los precios incorporan la información que se deriva de la evolución histórica de las cotizaciones y volúmenes de negociación. Por tanto, analizando las pautas seguidas por las cotizaciones en el pasado, no se puede adivinar ninguna regla que permita obtener beneficios extraordinarios.

Esta hipótesis implica que las series históricas de las acciones son públicas y no tienen ningún coste. Por tanto, todos los inversores tendrán los mismos datos. Si los analistas han aprendido a detectar comportamientos futuros de las acciones estudiando las series históricas, cualquier signo que determine un comportamiento u otro será inmediatamente detectado por éstos, y el precio de la acción automáticamente aumentará o disminuirá en función del comportamiento pasado. Es un concepto cercano al utilizado por el análisis técnico.

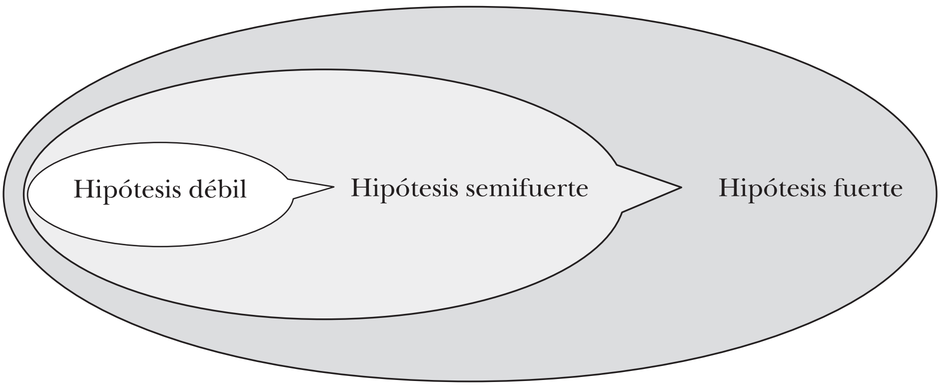
1.3.2. *Hipótesis semi-fuerte*

Los precios incorporan toda la información pública disponible. Es decir, los precios no incluyen sólo la información pasada (la que hace referencia a los volúmenes y precios) sino también la información actual pública, como los resultados obtenidos, los dividendos a pagar, en resumen, la referente a sus fundamentos (crecimiento en resultados, situación financiera, situación competitiva, etc.). Éste es el concepto cercano al utilizado por el análisis fundamental.

1.3.3. *Hipótesis fuerte*

Los precios incorporan toda la información referente a una empresa, incluso la no pública o privilegiada. Esta hipótesis va más allá de las demás y asume que existen inversores que utilizan información privada de su empresa para obtener un beneficio propio adicional.

Gráficamente se podrían interpretar las tres hipótesis de la siguiente forma:



Es decir, la hipótesis débil está incluida en la hipótesis semifuerte y ésta a su vez en la hipótesis fuerte. Aunque no en orden inverso, la hipótesis fuerte no está incluida en la semifuerte, y ésta no está incluida en la débil.

1.4. Consecuencias de la eficiencia del mercado

En este apartado se analizarán las consecuencias de la eficiencia del mercado en las dos principales técnicas de análisis, esto es, análisis fundamental y análisis técnico. Se verá si realmente las técnicas validan o no dichas hipótesis. Así mismo, también se estudiará la relación existente entre la gestión activa y pasiva y las hipótesis de los mercados eficientes.

1.4.1. *Análisis fundamental*

El análisis fundamental se basa en comparar el valor actual de una acción con el valor actualizado de los pagos que recibirá el poseedor de la acción. Si el valor actualizado es mayor al actual, el analista fundamental recomendará comprar la acción, y a la inversa, es decir, si el valor actualizado es inferior, la recomendación es vender.

El inversor que basa sus predicciones en el análisis fundamental empieza estudiando la evolución de la acción y sus balances. Posteriormente incorpora al análisis el efecto de diversas variables, como los dividendos futuros, la calidad de los directores, el potencial de crecimiento del sector, los tipos de interés, etc. Como resultado y según la hipótesis semifuerte, como toda la información es pública (tanto la pasada como la futura), las cotizaciones deberían reflejar el precio teórico de la acción.

Según esta conclusión, los inversores que basan sus esfuerzos en predecir el precio de una acción mediante el análisis fundamental están malgastando sus esfuerzos, porque según la hipótesis semifuerte los precios ya reflejan toda la información existente en el mercado.

Según la hipótesis semifuerte, el analista fundamental estará perdiendo el tiempo analizando las empresas.

Por tanto, un analista fundamental sólo encontrará oportunidades de beneficio cuando detecte no sólo buenas empresas, sino que sean mejores de lo que piensan los demás analistas. En otras palabras, sólo hay potenciales beneficios si la metodología utilizada en el análisis es mejor que el de los demás inversores. Es por este motivo que el análisis fundamental entraña bastante dificultad.

1.4.2. *Análisis técnico*

Básicamente, el análisis técnico se centra en el estudio de patrones que puedan existir en las cotizaciones de los activos financieros. Los inversores que centran sus previsiones en este método de análisis reconocen que las noticias referentes a una empresa tienen efectos sobre ésta, pero no se basan en ellas, sino que su análisis se concentra en el estudio de las series históricas.

Para obtener beneficio, el analista técnico se basa en que las cotizaciones de las acciones responden lentamente a cambios en los factores fundamentales de estas acciones y lo hacen siguiendo un patrón predefinido. Es decir, los precios se acercan a su valor teórico lentamente y mediante un patrón definido. El objetivo es encontrar el cambio de tendencia y actuar rápidamente ya que, al no ser instantánea la respuesta en la cotización, el analista técnico puede actuar durante el corto período de ajuste.

Siguiendo la hipótesis débil, si los analistas técnicos predicen las cotizaciones en función de las series históricas de precios y volúmenes, los precios de las acciones ya reflejarán el valor teórico porque todos los inversores disponen de la misma información. Entonces no existiría un período de ajuste porque todos los inversores detectarían el mismo cambio de tendencia y –hasta que no se llegara al precio objetivo– nadie querría vender las acciones (en el caso de que la tendencia fuese alcista), o comprarlas en el caso contrario.

Por tanto, según la hipótesis débil, los analistas técnicos no obtendrán ningún beneficio dedicándole tiempo al análisis.

1.4.3. *Gestión activa y pasiva*

Cuando se está gestionando un fondo de inversión, principalmente, existen dos tipos de gestión: activa y pasiva. En la gestión pasiva, se elabora una cartera bien diversificada y se mantiene durante un cierto tiempo. En cambio, la gestión activa, como su propio nombre indica, intenta buscar en todo momento oportunidades de beneficio entre los activos financieros existentes en el mercado, actúa activamente en la gestión.

La gestión pasiva se basa en el cumplimiento de la hipótesis fuerte, es decir, que las cotizaciones de los activos reflejan su valor teórico. Siguiendo esta creencia, los esfuerzos de la gestión activa son infructuosos porque todas las cotizaciones ya reflejarán los precios teóricos.

Entonces, si todos los inversores siguieran una estrategia pasiva, ¿qué ocurriría con los precios de los activos una vez aparezca nueva información?

En este caso los precios se adecuarían a su precio teórico (incorporando la nueva información), los inversores que motivan este movimiento serían los inversores que siguen una gestión activa. La incorporación de nueva información en sus predicciones les daría un precio teórico distinto al que actualmente tienen, obteniendo así un posible beneficio. Esta oportunidad que se ofrece acercaría la cotización a su nuevo precio teórico.

Como conclusión, desde el punto de vista de la hipótesis de eficiencia de mercado en sus tres niveles, los inversores que siguen una gestión activa serán los únicos que pueden obtener una oportunidad de beneficio extra. Esta oportunidad será cuando la cotización no refleje el nuevo precio teórico, resultado de incorporar la nueva información a la predicción.

1.4.4. *¿Se cumplen las hipótesis del mercado eficiente?*

En este apartado se dividirá el estudio en dos partes: la primera analizará si se cumplen las hipótesis de mercado eficiente desde el punto de vista de información disponible, y posteriormente se analizará el cumplimiento de dichas hipótesis desde el punto de vista de las características del mercado.

Analizando la eficiencia del mercado utilizando las hipótesis desde el punto de vista de información disponible en el mercado, el estudio del cumplimiento de las hipótesis es una cuestión que tiene en pie de guerra a los teóricos y a profesionales de las finanzas; la relevancia de esta cuestión se debe, principalmente, a tres motivos:

1. Magnitud de la cantidad que se gestiona
2. Sesgo en la selección
3. Suerte

La primera causa a analizar es la cantidad gestionada. Continuando con la explicación de gestión activa y pasiva, únicamente realizarán una gestión activa aquellos inversores que gestionen gran cantidad de dinero, porque la pequeña ganancia que puedan obtener justificará el tiempo empleado en el estudio de los precios teóricos. Por el contrario, los pequeños inversores no tendrán incentivos al llevar a cabo una gestión activa porque –aunque el porcentaje de ganancias sea el mismo– la ganancia en valores absolutos no justificará el tiempo perdido. Por ejemplo, si la ganancia extra obtenida por una gestión activa es del 1%, un inversor que gestione 100 millones de euros obtendrá 1 millón de beneficio extra (suficiente para justificar su beneficio), mientras que un inversor que gestione 100.000 euros sólo obtendría 1.000 euros, insuficiente para justificar su tiempo dedicado a la búsqueda de oportunidades.

El segundo motivo es el sesgo en la selección de la cartera. Si un inversor obtiene un método para predecir movimientos en los precios de tal forma que realice una selección de activos financieros con los que logre una rentabilidad sistemáticamente superior a la del mercado, se guardará el citado método y no lo compartirá. En cambio, si dicho método no obtiene unas ganancias sistemáticamente superiores a las del mercado, lo publicará sabiendo que los demás inversores lo divulgarán.

La tercera causa es la suerte. Mediante métodos probabilísticos es posible que un gestor obtenga ganancias superiores a las del mercado durante un período determinado. Supuestamente, esta ganancia extra va en contra de la hipótesis de mercado eficiente ya que las cotizaciones reflejan el precio teórico. Pero al igual que es posible que un gestor obtenga ganancias superiores a las del mercado, es igualmente posible que un gestor obtenga sistemáticamente pérdidas superiores a las del mercado. A pesar de esta probabilidad de ocurrencia, lo complicado es obtener ganancias superiores a las del mercado durante un largo período de tiempo.

Aparte de las tres hipótesis de eficiéncia del mercado, las cuales se basan en la información disponible, también se dice que un mercado es o no eficiente en función de sus características. Entonces, si se hace referencia a las características de un mercado, se dice que es eficiente si es:

– Transparente
– Amplio
– Flexible
– Libre
– Estable
– Profundo

Razones que pueden explicar que un cierto mercado no sea eficiente:

- Existencia de impuestos y comisiones por la transmisión o posesión de activos financieros.
- Falta de transparencia por parte de empresas, lo cual implica que no esté disponible toda la información a los partícipes.
- Posibilidad de existencia de inversores con fuerza suficiente para provocar movimientos artificiales en los precios.

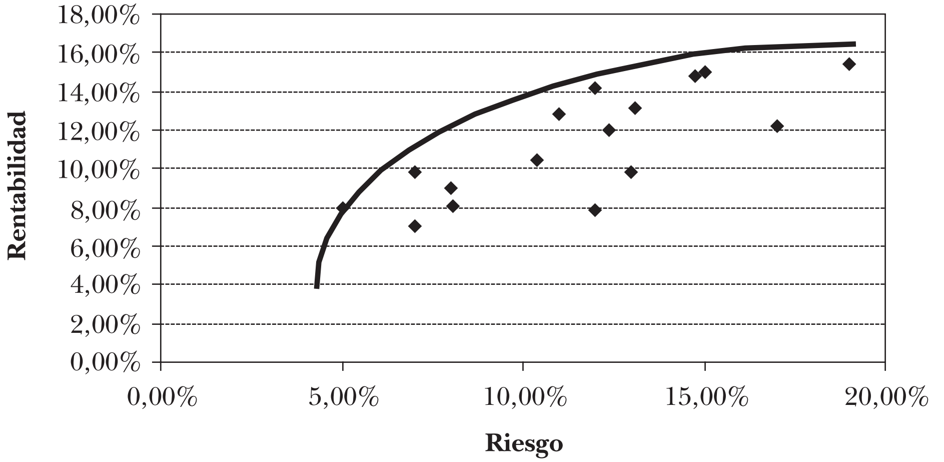
Capítulo 2

Carteras eficientes y frontera eficiente

2.1. Carteras eficientes y frontera eficiente

El principal objetivo de los gestores es el diseño de una cartera compuesta por varios activos que les permita maximizar la ratio rentabilidad-riesgo. Así, estos gestores pretenden obtener una cartera que ofrezca la máxima rentabilidad esperada con el mínimo riesgo.

Para lograrlo, los gestores analizarán la combinación de varios activos y obtendrán el binomio rentabilidad-riesgo de la siguiente manera:



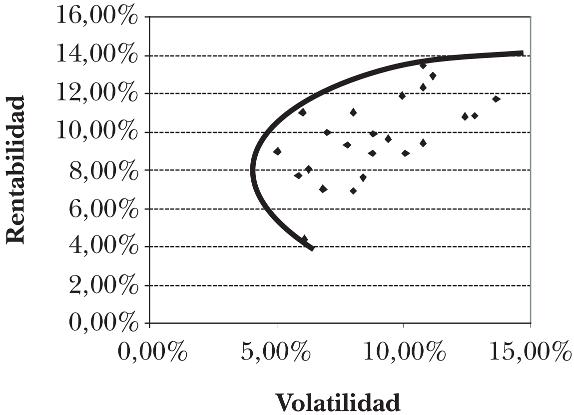
El gráfico muestra varias carteras en función de su rentabilidad y riesgo. Entre dos carteras que ofrezcan igual rentabilidad, el gestor elegirá aquella que tenga menor riesgo, el cual puede ser medido por la volatilidad. Entre dos carteras que ofrezcan igual volatilidad, el gestor elegirá aquella que ofrezca mayor rentabilidad. Por tanto, cuanto mayor sea la rentabilidad y menor sea el riesgo, mejor.

Observando el gráfico, de todo el conjunto de carteras, aquellas que se sitúen a lo largo de la línea continua serán las que habrán maximizado la rentabilidad minimizando el riesgo. A las carteras que se sitúan sobre la línea se las llama carteras eficientes.

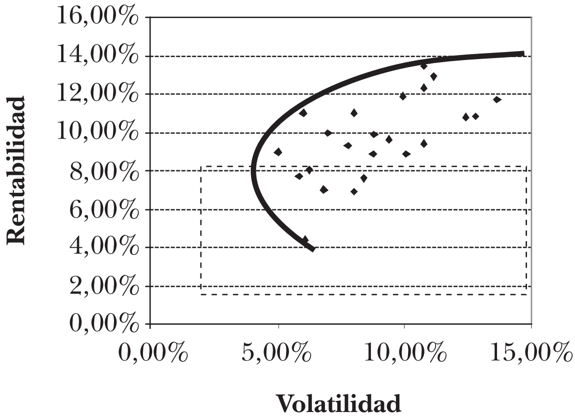
Al conjunto de carteras eficientes se le llama frontera eficiente. La línea dibujada en el gráfico representa la frontera eficiente. Ninguna cartera puede situarse en el margen izquierdo superior de ésta. Si hubiera alguna que se situara en este margen, ésta pasaría a ser una cartera eficiente y haría que la frontera eficiente la incluyera. Por tanto, ninguna cartera puede situarse en el margen superior izquierdo de la frontera porque –si existiera– formaría parte de la frontera eficiente.

Las carteras utilizadas para la elaboración de la frontera eficiente están compuestas por distintos activos. Para dicha elaboración, las proporciones invertidas en los activos que componen las carteras deberán cumplir dos requisitos. El primero establece que todo el capital se invierte, es decir, el 100% del capital está invertido en la cartera. Por otro lado, el segundo requisito es que no se puede estar vendido de ningún activo, es decir, no se puede invertir una proporción negativa en un determinado activo.

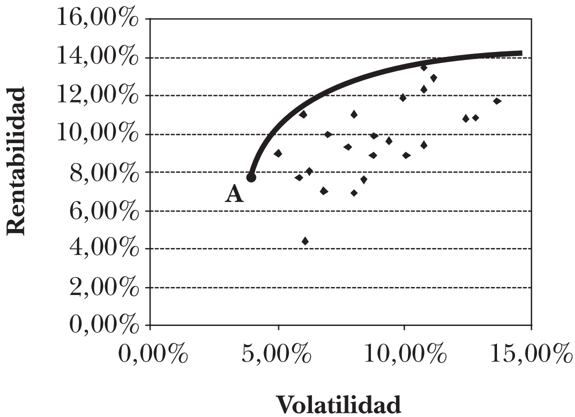
Para determinar la frontera eficiente, primero hay que obtener la rentabilidad y la volatilidad de todas las carteras del mercado. Una vez obtenidas, se dibujan gráficamente las carteras y se unen mediante una línea aquellas que han logrado mayor rentabilidad y menor volatilidad, y se llega al siguiente gráfico.



Observando el gráfico, la cartera que logra una rentabilidad del 4% con una volatilidad del 8% no es óptima, ya que existe otra con igual volatilidad y mayor rentabilidad. Por tanto, ha de eliminarse parte de la curva, concretamente la parte delimitada por el cuadro, es decir, aquella que está por debajo del vértice de esta figura.



La frontera eficiente será entonces la que marca el siguiente gráfico, donde el punto A corresponde a la cartera con menor varianza.



Las carteras están compuestas por dos o más activos. Como se ha visto en el bloque I, módulo 3 (Estadística básica), la combinación entre dos activos hace disminuir la volatilidad, debido –principalmente– a la covarianza entre los activos. La covarianza informa sobre la dependencia existente entre los dos activos pero no informa sobre lo fuerte que es esta dependencia. Para solucionar este problema se utiliza el coeficiente de correlación lineal que –igualmente– mide la dependencia pero permite determinar la intensidad de dicha dependencia.

Por tanto, en función del grado de correlación entre dos activos, se crearán distintas carteras eficientes. A continuación se presentará la forma que tienen las fronteras eficientes en función del grado de correlación que existe:

a) Correlación perfecta positiva ($\rho_{12} = 1$)
b) Correlación perfecta negativa ($\rho_{12} = -1$)
c) Correlación no perfecta ($\rho_{12} \neq \pm 1$)

A continuación se pasará a explicar la forma que alcanza la frontera eficiente en cada una de estas alternativas. Para ello se utilizarán los siguientes activos y carteras:

Rent. (%)	Activo 1	Activo 2	Activo 3	Activo 4
1 enero	4,00%	2,00%	–4,00%	1,00%
2 enero	–2,00%	–1,00%	2,00%	–1,00%
3 enero	2,00%	1,00%	–2,00%	3,00%
Rentabilidad media	1,33%	0,67%	–1,33%	1,00%
Volatilidad	2,49%	1,25%	2,49%	1,63%

Las carteras estarán compuestas por los siguientes activos:

Cartera 1 = Activo 1 + Activo 2 (coeficiente de correlación = 1)
Cartera 2 = Activo 1 + Activo 3 (coeficiente de correlación = –1)
Cartera 3 = Activo 1 + Activo 4 (coeficiente de correlación = 0,6547)

2.2. Correlación perfecta positiva

La correlación perfecta positiva aparece cuando el coeficiente de correlación lineal (ρ_{12}) es igual a 1 o, dicho de otro modo, están correlacionadas al 100%.

Cuando $\rho_{12} = 1$, la varianza de la cartera puede reescribirse como:

$$\begin{aligned}\sigma_c^2 &= w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\sigma_2^2 + 2w_1(1-w_1)\sigma_{12} = \\ &= w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\sigma_2^2 + 2w_1(1-w_1)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 = \\ &= w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\sigma_2^2 + 2w_1(1-w_1)\sigma_1\sigma_2 = \\ &= [w_1\sigma_1 + (1-w_1)\sigma_2]^2\end{aligned}$$

De esta igualdad se deduce que la volatilizad de esta cartera es:

$$\sigma_c = w_1\sigma_1 + (1-w_1)\sigma_2$$

Por tanto, la volatilizad es lineal en los pesos de los activos. Como la rentabilidad esperada también es lineal en dichos pesos, es claro que la relación entre rentabilidad y volatilidad es lineal.

Como consecuencia, cualquier combinación entre dos activos que presente este tipo de correlación mantendrá la misma proporción de rentabilidad-volatilidad, es decir, la frontera eficiente será una línea recta.

Para ilustrar gráficamente esta relación lineal entre rentabilidad y volatilidad, se utilizará la cartera 1, que incluye dos activos cuyo coeficiente de correlación es 1.

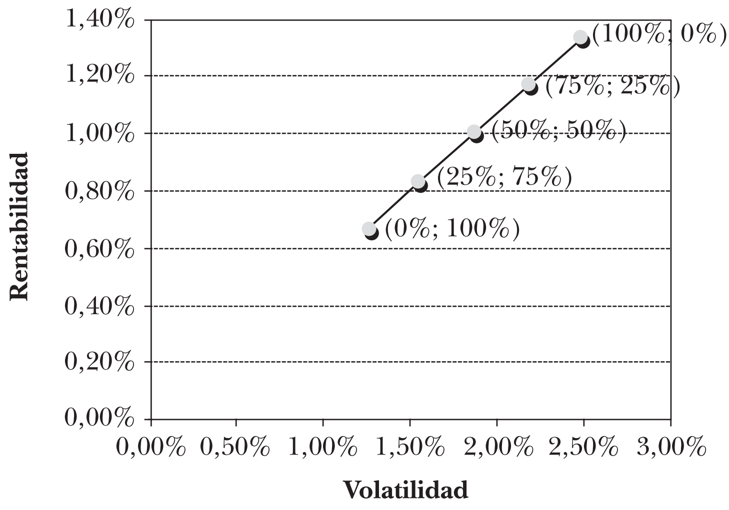
Supóngase que se combinan los activos 1 y 2 en distintas proporciones y se calcula la rentabilidad de la cartera y su volatilidad. El resultado es el siguiente:

Activo 1	Activo 2	Rentabilidad	Volatilidad
100%	0%	1,33%	2,49%
75%	25%	1,17%	2,18%
50%	50%	1,00%	1,87%
25%	75%	0,83%	1,56%
0%	100%	0,67%	1,25%

En esta cartera, el activo 2 presenta menor volatilidad y rentabilidad que el activo 1. Por tanto, cuanto mayor sea la proporción del activo 1 en la cartera, la rentabilidad y volatilidad irá incrementándose.

Gráficamente:

$\rho_{12} = 1$



En este caso, cualquier combinación de los dos activos puede considerarse como una cartera eficiente, ya que todas ellas se sitúan en la frontera eficiente.

2.3. Correlación perfecta negativa

Cuando el coeficiente de correlación lineal ente dos activos, ρ_{12}, toma el valor –1, se dice que existe correlación perfecta negativa.

La varianza de la cartera cuando $\rho_{12} = -1$ puede reescribirse como:

$$\begin{aligned}\sigma_c^2 &= w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\sigma_2^2 + 2w_1(1-w_1)\sigma_{12} = \\ &= w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\sigma_2^2 + 2w_1(1-w_1)\rho_{12}\sigma_1\sigma_2 = \\ &= w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\sigma_2^2 - 2w_1(1-w_1)\sigma_1\sigma_2 = \\ &= [w_1\sigma_1 - (1-w_1)\sigma_2]^2\end{aligned}$$

De esta igualdad se deduce que la volatilizad de esta cartera es

$$\sigma_c = \pm\,[w_1\sigma_1 - (1-w_1)\sigma_2]$$

Por tanto, la volatilidad es lineal en los pesos de los activos. Como la rentabilidad esperada también es lineal en dichos pesos, es claro que la relación entre rentabilidad y volatilidad es lineal.

Como consecuencia, cualquier combinación entre dos activos que presente este tipo de correlación mantendrá la misma proporción de rentabilidad-volatilidad, es decir, la frontera eficiente será una línea recta. Estrictamente hablando, debido a las dos posibilidades existentes en la anterior fórmula, la frontera eficiente estará formada por dos líneas rectas en función de si consideramos el signo positivo o negativo asociado a la volatilidad de las carteras incluidas en dicha frontera eficiente.

Utilizando la expresión para la volatilidad de la cartera, se puede determinar que existe una única combinación del activo 1 y el activo 2 tal que dicha cartera tiene volatilidad (equivalentemente, varianza) igual a cero.

Para determinar esta cartera con varianza nula, igualamos la volatilidad a cero y calculamos los pesos correspondientes a los dos activos:

$$w_1\sigma_1 - (1-w_1)\,\sigma_2 = 0$$

$$w_1\sigma_1 = (1-w_1)\,\sigma_2$$

$$w_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2}$$

$$w_2 = 1 - w_1$$

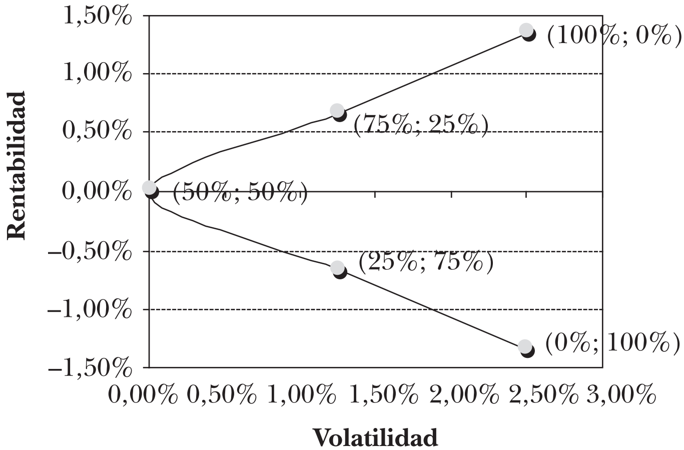
De este resultado se deduce que la proporción de cada activo depende de la volatilidad de cada uno de ellos. Más concretamente, se puede ver que el peso del activo menos volátil es tanto mayor cuanto mayor es la volatilidad del activo más arriesgado. Este resultado es razonable teniendo en cuenta que nuestro objetivo es conseguir una volatilidad tan pequeña como sea posible (cero en este caso).

En el ejemplo presentado, la proporción de activo 1 que hace que la varianza sea nula es el 50%.

Activo 1	Activo 2	Rentabilidad	Volatilidad
100%	0%	1,33%	2,49%
75%	25%	0,67%	1,25%
50%	50%	0,00%	0,00%
25%	75%	–0,67%	1,25%
0%	100%	–1,33%	2,49%

Gráficamente, el resultado que se obtiene a partir de distintas proporciones en los activos 1 y 2 es el siguiente:

$\rho_{12} = -1$



Observando el gráfico se comprueba que cualquier combinación de los activos 1 y 2 en la que el activo 2 tenga un peso superior al 50% no es eficiente, ya que existirá otra combinación de dichos activos que tiene igual volatilidad y una mayor rentabilidad.

En este ejemplo, la cartera que combina un 25% en el activo 1 y un 75% en el activo 2 logra una rentabilidad de –0,67% y una volatilidad de 1,25%. No obstante, existe otra combinación con igual volatilidad pero mayor rentabilidad: la cartera que invierte el 75% en el activo 1 y el 25% en el activo 2 alcanza una rentabilidad del 0,67% y una volatilidad del 1,25%. Por tanto, la cartera que invierte el 25% en el activo 1 y el 75% en el activo 2 no es una cartera eficiente pues existe otra cartera con igual volatilidad y mayor rentabilidad.

2.4. Correlación no perfecta

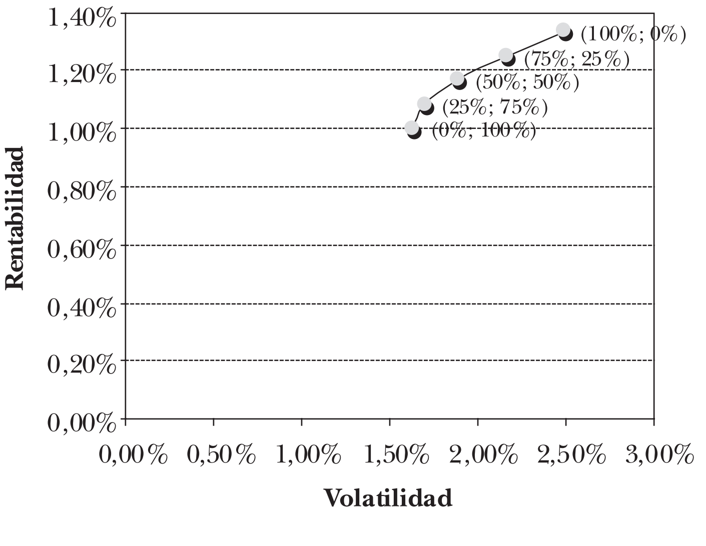
Hasta ahora se han analizado los casos extremos donde $\rho_{12} = \pm 1$. En los casos en que el coeficiente de correlación esté comprendido entre –1 y 1 se dice que los activos tienen correlación no perfecta.

En el caso en que ρ_{12} se sitúe entre 0 y 1, los activos pueden combinarse en cualquier proporción positiva y todas las carteras resultantes serán eficientes. Si ρ_{12} esté entre –1 y 0 se obtiene una diversificación «mejor» pues se pueden lograr carteras con menores volatilidades. Este resultado es similar a lo que sucede cuando ρ_{12} es igual a –1 aunque no existe una combinación de los activos que logre eliminar por completo el riesgo.

Activo 1	Activo 2	Rentabilidad	Volatilidad
100%	0%	1,33%	2,49%
75%	25%	1,25%	2,16%
50%	50%	1,17%	1,89%
25%	75%	1,08%	1,70%
0%	100%	1,00%	1,63%

La cartera 3 del ejemplo presenta una correlación no perfecta y positiva. El gráfico resultante será:

$-1<\rho_{12}<1$

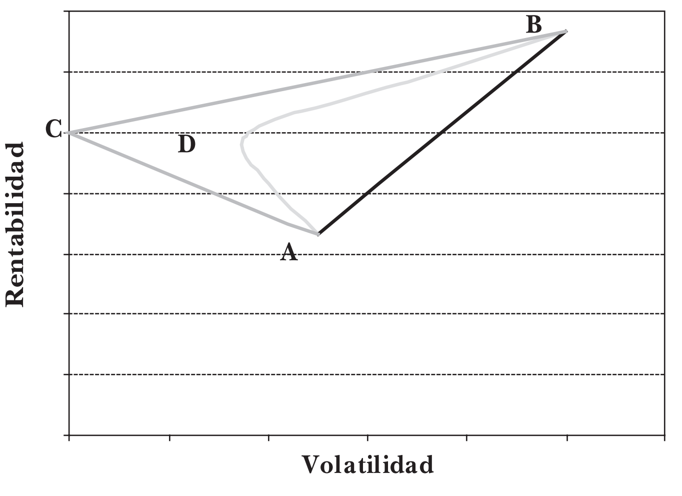


Entonces, en función de los valores que puede tomar la correlación, la varianza será:

Coef. Correl.	Varianza
$\rho_{12} \neq \pm 1$	$\sigma_c^2 = w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\,\sigma_2^2 + 2w_1\,(1-w_1)\,\rho_{12}\sigma_1\sigma_2$
$\rho_{12} = 1$	$\sigma_c^2 = w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\,\sigma_2^2 + 2w_1\,(1-w_1)\,\sigma_1\sigma_2$
$\rho_{12} = -1$	$\sigma_c^2 = w_1^2\sigma_1^2 + (1-w_1)^2\,\sigma_2^2 - 2w_1\,(1-w_1)\,\sigma_1\sigma_2$

Por tanto, únicamente cuando el coeficiente de correlación sea igual a ρ_{12} = –1, habrá una sola cartera con volatilidad igual a cero.

A modo de resumen, se presenta un gráfico que describe las posibles formas que pueden tomar las distintas carteras en función del coeficiente de correlación:



Las carteras situadas en la línea recta AB corresponden a un coeficiente de correlación ρ_{12} = 1. En este caso, la relación entre rentabilidad y volatilidad es lineal. Si el coeficiente de correlación tiene un valor de –1, el gráfico que formarán las distintas combinaciones de los activos será la línea ACB. En este caso se ofrece el máximo beneficio de la diversificación, ya que existirá una cartera con volatilidad nula.

En los casos en que la correlación sea no perfecta (es decir, cuando la correlación entre los activos incluidos en la cartera toma valores entre –1 y 1) esta línea tomaría una forma parecida a la línea formada por los puntos ADB. Aquí la diversificación permitirá reducir el riesgo aunque en menor medida que en el caso con correlación perfecta negativa.

Por tanto, cuando el coeficiente de correlación es distinto de 1 existirán ciertas combinaciones de los distintos activos incluidos en la cartera que impliquen una menor volatilidad. Otra consecuencia de los hechos anteriormente mencionados es que, a menor coeficiente de correlación, mayores serán las ventajas proporcionadas por la diversificación. La situación extrema es cuando el coeficiente de correlación toma el valor –1, pues en este caso existirá una cartera (que combina dos activos con riesgo) cuya volatilidad es cero.

Coef. Correl.	**Frontera Eficiente**
$\rho_{12} \neq \pm 1$	Línea DB
$\rho_{12} = 1$	Línea AB
$\rho_{12} = -1$	Línea CB

Capítulo 3
Selección de carteras óptimas

3.1. Selección de carteras óptimas

Después de haber visto la importancia de la diversificación y cómo ésta puede permitir obtener carteras eficientes, se deben determinar estas carteras calculando el peso de los diferentes activos incluidos en ellas.

En este apartado se presentará un método para poder seleccionar una cartera óptima. Para ello, primero se partirá de la base de que únicamente existen dos activos con riesgo, $\sigma_i > 0$. Estos dos activos formarán una cartera óptima, que será aquella que minimice el riesgo, Min. σ_i. Una vez se haya determinado la combinación de los dos activos que minimiza la volatilidad se incorporará un activo libre de riesgo. Con la incorporación de este activo se explicará la forma de obtener una cartera óptima que es combinación del activo libre de riesgo y de la cartera formada por los activos arriesgados.

Cartera = 2 activos con riesgo
↓
Cartera = 1 activo sin riesgo + 1 activo con riesgo
↓
Cartera = 1 activo sin riesgo + 2 activos con riesgo

Finalmente se presentará el modelo de selección de carteras óptimas de Markowitz para el caso general en que consideramos *n* activos.

3.2. Cartera óptima con dos activos con riesgo

En este apartado se expondrá la metodología para poder determinar la cartera formada por dos activos arriesgados que posea el menor riesgo.

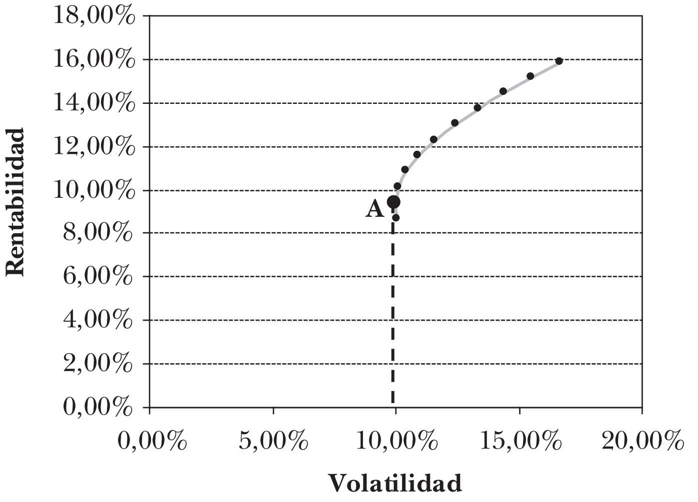
Supongamos que en la economía únicamente existen dos activos arriesgados, activo 1 y activo 2, ambos con $\sigma_i > 0$. Las características de estos dos activos son las siguientes.

	Activo 1	Activo 2
Rentabilidad	8,68%	15,89%
Volatilidad	10,09%	16,67%
Covarianza	0,0080	
Correlación	47,61%	

Considerando diferentes pesos, la combinación de estos dos activos dará como resultado las siguientes rentabilidades y volatilidades:

Activo 1	Activo 2	Rentabilidad	Volatilidad
100%	0%	8,68%	10,09%
90%	10%	9,40%	9,98%
80%	20%	10,12%	10,10%
70%	30%	10,84%	10,42%
60%	40%	11,56%	10,94%
50%	50%	12,28%	11,62%
40%	60%	13,00%	12,44%
30%	70%	13,72%	13,38%
20%	80%	14,44%	14,41%
10%	90%	15,17%	15,51%
0%	100%	15,89%	16,67%

Puede observarse que la cartera compuesta por un 90% en el activo 1 y un 10% en el activo 2 tiene menor volatilidad que las demás. En el siguiente gráfico puede observarse la existencia de una cartera denominada A que minimiza la volatilidad. Esta cartera es la tangente a la línea vertical de puntos.



Puede demostrarse que la cartera de la frontera eficiente que tiene menor varianza es la cartera cuyos pesos de los activos 1 y 2 son los siguientes[3]:

$$\boxed{\begin{aligned} w_1 &= \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}} \\ w_2 &= 1 - w_1 \end{aligned}}$$

Siguiendo el ejemplo presentado, la cartera que minimice la varianza será:

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})} = \frac{0,027 - 0,008}{(0,010 + 0,027 - 2 \times 0,008)} = 0,9011$$

$$w_2 = 1 - w_1 = 1 - 0,9011 = 0,0989$$

La cartera que minimiza la varianza es la compuesta por el 90,11% del activo 1 y el 9,89% del activo 2, con una rentabilidad del 9,38% y una volatilidad del 9,98%.

Para el caso particular de una cartera con dos activos que posean correlación perfecta negativa sería:

3. La demostración matemática de este resultado está incluida en el Anexo.

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2} = -1$$

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})} = \frac{\sigma_2^2 + \sigma_1 \sigma_2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + 2\sigma_1 \sigma_2)} = \frac{\sigma_2 (\sigma_2 + \sigma_1)}{(\sigma_2 + \sigma_1)^2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_2 + \sigma_1}$$

$$w_2 = 1 - w_1$$

De manera similar, para una cartera que incluye dos activos con correlación perfecta positiva, el peso de los activos sería:

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1 \sigma_2} = 1$$

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})} = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_1 \sigma_2)} = \frac{\sigma_2 (\sigma_2 - \sigma_1)}{(\sigma_2 - \sigma_1)^2} = \frac{\sigma_2}{\sigma_2 - \sigma_1}$$

$$w_2 = 1 - w_1$$

En este caso particular, la cartera de mínima varianza es aquella compuesta el 100% por el activo con menor varianza. Si se aplica la fórmula de w_1 y w_2 uno de los pasos siempre dará negativo.

Por tanto, a modo de resumen, se tiene que la combinación de los dos activos que minimizan la varianza será la siguiente:

Coef. Correl.	**Cartera con mínima varianza**
Caso genérico	$w_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})}$ $w_2 = 1 - w_1$
Particular, $\rho_{12} = 1$	$w_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_2 + \sigma_1}$ $w_2 = 1 - w_1$
Particular, $\rho_{12} = -1$	$w_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_2 - \sigma_1}$ $w_2 = 1 - w_1$

3.3. Modelo de Markowitz

Harry M. Markowitz fue galardonado con el premio Nobel de Economía en 1990 por sus investigaciones acerca de la selección de carteras óptimas de 1952.

Markowitz empezó a observar a los inversores y detectó un factor clave a la hora de invertir: la rentabilidad. Vio que lo que más deseaban los inversores era maximizar la rentabilidad de sus inversiones y que no se preocupaban de ningún otro factor. Como se verá más adelante, no fue por esto por lo que le dieron el premio Nobel, sino por la incorporación de un nuevo factor: el riesgo.

Al ver que únicamente interesaba la variable rentabilidad empezó a estudiar dicha variable pero llegó a la conclusión que ésta no es el único factor a tener en cuenta a la hora de invertir.

Por ejemplo, supongamos que existen dos activos, el activo 1 con una rentabilidad del 10% y otro activo 2 con rentabilidad, también, del 10%. ¿Cuál de estos dos activos elegiría? Seguramente la respuesta será «depende». Pero ¿de qué depende? Obviamente la decisión debe tener en cuenta el riesgo que tengan los dos activos. Si se dice que el activo 1 tiene una volatilidad del 15% y el activo 2 del 25%, parece claro que se elegirá el activo 1. La razón es que dicho activo ofrece igual rentabilidad con un menor riesgo.

Esta situación fue observada por Markowitz y llegó a la conclusión de que la variable «rentabilidad» no puede ser estudiada independientemente de la variable «riesgo». Si un inversor desea obtener una rentabilidad determinada elegirá aquel activo que le ofrezca menor riesgo. Si, en cambio, el inversor está dispuesto a asumir un riesgo determinado preferirá aquel activo con mayor rentabilidad. Debido a que Markowtiz utiliza el binomio rentabilidad-riesgo, y riesgo medido por la varianza, se suele conocer a su modelo como el enfoque «media-varianza».

Si se relaciona esta conclusión con el apartado anterior se verá que se está hablando de la frontera eficiente, en la que se encuentran los activos que maximizan la rentabilidad para un nivel de riesgo dado o –de manera equivalente– se minimiza la varianza para un nivel de rentabilidad dado. Markowitz fue el primero que utilizó este concepto de frontera eficiente.

Los pasos que debe realizar un inversor para determinar su cartera eficiente son básicamente dos. El primero es determinar la frontera eficiente de todos los activos de la economía y el segundo consiste en determinar la cartera óptima en función de sus preferencias o –en términos económicos– teniendo en cuenta su función de utilidad.

La construcción de la frontera eficiente para dos activos se ha detallado en apartados anteriores. Lo primero que debe calcularse son las varianzas y covarianzas de los activos que componen la cartera y, posteriormente, considerar distintas estrategias alternativas (distintos pesos para los activos incluidos en la cartera). Para la creación de la cartera se utilizarán dos supuestos:

1. $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$, es decir, toda la riqueza disponible debe estar invertida en la cartera.
2. Los pesos de los activos incluidos en la cartera han de ser positivos, es decir, $w_i > 0$. En otras palabras, no pueden invertirse proporciones negativas, es decir, no se puede estar vendido de ningún valor[4].

No obstante, en la economía no existen sólo dos activos, sino que existen muchos más. Por tanto, se deben calcular todas las estrategias posibles[5] y dibujarlas gráficamente para determinar la frontera eficiente.

En este punto es donde el modelo de Markowitz empieza a complicarse debido al gran número de cálculos que deben realizarse. En el siguiente cuadro se presentarán el número de varianzas y covarianzas que deben calcularse en función del número de activos incluidos en la cartera.

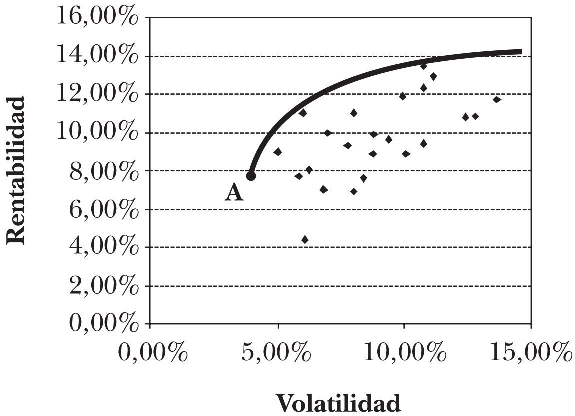
N.º activos de la cartera	**N.º rentabilidades**	**N.º varianzas**	**N.º covarianzas**[6]	**N.º parámetros a determinar**
2	2	2	1	5
3	3	3	3	9
4	4	4	6	14
5	5	5	10	20
...	...	...	...	...
n	n	n	$\frac{n(n-1)}{2}$	$\frac{n^2+3n}{2}$

Una vez se hayan determinado todos estos parámetros, se pasará a calcular la rentabilidad y volatilidad de las distintas carteras posibles en función de los pesos asignados a los diferentes activos. Una vez logradas las distintas rentabilidades y volatilidades se llegará al siguiente gráfico.

4. Obviamente, esta situación puede extenderse a pesos negativos de los activos incluidos en la cartera pero las conclusiones cualitativas no cambian. Gráficamente, los pesos negativos implican que no nos restringimos a la curva limitada por las dos carteras.

5. Esta situación más general se considerará posteriormente.

6. Dado que $Cov(r_1,r_2) = Cov(r_2,r_1)$, se tiene que para cada pareja de activos sólo es necesario calcular una de estas covarianzas.



En este gráfico, la línea continua representa la frontera eficiente y el punto A indica la cartera con mínima varianza.

Después de crear la frontera eficiente se determina qué cartera querrá un inversor en función de su aversión al riesgo. Obviamente, la cartera que elegirá estará situada sobre la frontera eficiente, nunca por debajo de ésta. Si un inversor acepta asumir un 10% de riesgo y hay varias carteras que ofrecen una rentabilidad del 5%, 8% y 12%, ¿qué cartera elegiría? Por supuesto, la que le ofrece mayor rentabilidad.

Por tanto, Markowtiz se basó en el enfoque media-varianza para elaborar la frontera eficiente, en la cual están situadas todas las carteras óptimas que pueden crearse. Los inversores elegirán una u otra en función de su nivel de aversión al riesgo.

3.4. Cartera óptima con un activo sin riesgo y un activo con riesgo

En la economía no sólo existen activos arriesgados, sino que también existen activos libres de riesgo. Este hecho implica que el gestor no sólo debe determinar el peso que tendrá cada activo con riesgo en su cartera, sino que también deberá establecer qué proporción de activo libre de riesgo y activo arriesgado elegirá.

La incorporación de un activo libre de riesgo al modelo de Markowitz fue propuesta por Tobin en el año 1958. El modelo de Tobin se basa en la frontera eficiente presentada por Markowitz pero incorpora un activo libre de riesgo. Este activo libre de riesgo ofrece una tasa de rentabilidad en la cual un inversor puede invertir (prestando) o endeudarse (pidiendo prestado).

En este apartado se describirá el modelo de Tobin para un activo con riesgo y un activo sin riesgo. Posteriormente veremos el mismo modelo para tres activos: dos con riesgo y uno sin riesgo.

Supongamos que existen dos activos, uno libre de riesgo y otro arriesgado.

	Rentabilidad	Volatilidad
Activo libre de riesgo	4%	–
Activo con riesgo	9,38%	9,98%

Como activo con riesgo se ha elegido la cartera del ejemplo anterior.

Definimos los siguientes parámetros:

f = Activo libre de riesgo ($r_f = 4\%$, $\sigma_f = 0\%$)
c = Activo con riesgo[7] [$E(r_c) = 9{,}38\%$, $\sigma_c = 9{,}98\%$]
P = Cartera compuesta por un activo libre de riesgo y un activo arriesgado [$E(r_p)$, σ_p]
y = Peso del activo con riesgo en la cartera P

Por tanto, la rentabilidad (esperada) y la volatilidad de la cartera P será igual a:

$$E(r_p) = (1 - y)r_f + y \times E(r_c) = r_f + y\,[E(r_c) - r_f]$$
$$\sigma_p^2 = (1 - y)^2\sigma_f^2 + y^2\sigma_c^2 + 2\,(1 - y)\,y\sigma_{fc}$$

donde σ_f^2 y σ_{fc} son iguales a cero (0). Entonces:

$$\sigma_p^2 = y^2\sigma_c^2$$

De esta última igualdad se deduce que el peso en el activo con riesgo viene dado por $y = \dfrac{\sigma_p}{\sigma_c}$, es decir, el cociente entre la volatilidad de la cartera P y la volatilidad del activo con riesgo C.

Sustituyendo este valor en la rentabilidad esperada de la cartera P, se obtiene:

$$\boxed{E(r_p) = r_f + \frac{\sigma_p}{\sigma_c}\,[E(r_c) - r_f]}$$

7. La rentabilidad del activo C se calcula como la esperaza matemática de la rentabilidad porque se trata de un activo arriesgado y, por tanto, no se puede garantizar su rentabilidad. En otras palabras, no es una rentabilidad segura sino esperada.

Observe que la volatilidad de la cartera será igual a la proporción invertida en el activo con riesgo multiplicada por la volatilidad de dicho activo. Esto ocurre porque el activo libre de riesgo tiene una volatilidad nula al ser, como su nombre indica, sin riesgo.

Representaremos gráficamente la rentabilidad esperada de la cartera P en función de su volatilidad. Observando la expresión anterior y teniendo en cuenta las diferentes constantes que aparecen en dicha expresión $[r_f, \sigma_c, y \times E(r_c)]$, es claro que la rentabilidad esperada depende de manera lineal de la volatilidad. Por tanto, necesitamos sólo dos valores (elegidos a nuestro libre criterio) para realizar esta gráfica:

1. El primer punto elegido es aquel en que la varianza de la cartera P es cero, es decir, $\sigma_p = 0$

   Esto implica que la proporción invertida en el activo con riesgo (cociente entre la volatilidad de la cartera P y la volatilidad del activo con riesgo C) ha de ser igual a cero: $y = 0$.

   La rentabilidad esperada de la cartera P es, entonces:

   $$E(r_p) = (1-y)r_f + y \times E(r_c) = r_f + y[E(r_c) - r_f] = r_f + 0[E(r_c) - r_f] = r_f$$

   Por tanto, ya tenemos que el primer punto de la línea recta es, en términos porcentuales, (0,4)[8].

2. El segundo punto corresponde a una cartera compuesta al 100% por el activo con riesgo, esto es, $y = 1$ (100%).:

   En este caso, se tiene que la volatilidad de la cartera P es

   $$\sigma_p = y \times \sigma_c = \sigma_c$$

   y la rentabilidad esperada de dicha cartera es

   $$E(r_p) = (1-y)r_f + y \times E(r_c) = r_f + y[E(r_c) - r_f] = r_f + [E(r_c) - r_f] = E(r_c)$$

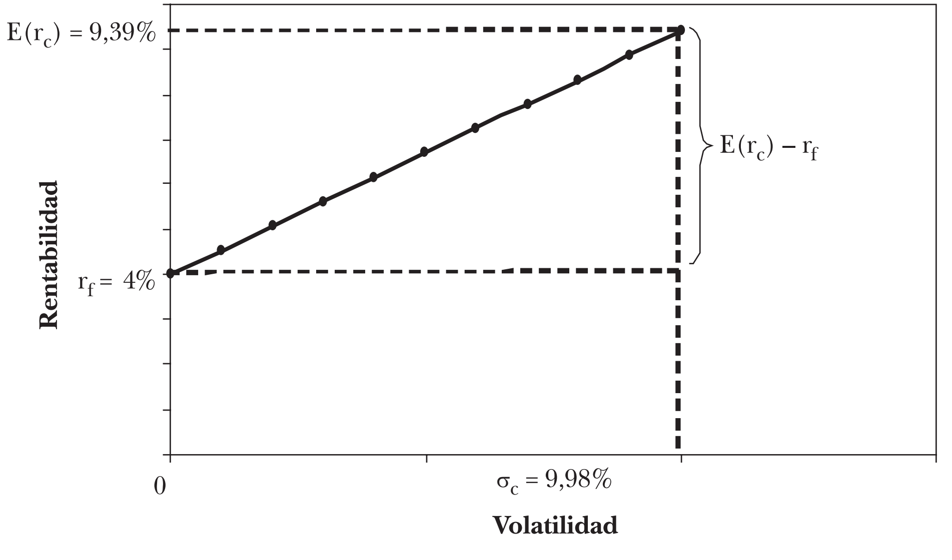
   Entonces ya se tiene el segundo punto de coordenadas (porcentuales) (9,98; 9,38).

3. Para distintas proporciones del activo sin riesgo y del activo con riesgo en la cartera P, se obtiene la siguiente serie de puntos:

8. Los puntos se denotan (x, y).

r_f (% cartera P)	r_c (% cartera P)	r_p	σ_p
100%	0%	4,00%	0,00%
90%	10%	4,54%	1,00%
80%	20%	5,08%	2,00%
70%	30%	5,62%	3,00%
60%	40%	6,16%	3,99%
50%	50%	6,70%	4,99%
40%	60%	7,24%	5,99%
30%	70%	7,78%	6,99%
20%	80%	8,32%	7,99%
10%	90%	8,85%	8,99%
0%	100%	9,39%	9,98%

Uniendo los primeros dos puntos gráficamente se tendría la siguiente representación:



En este caso, la combinación del activo libre de riesgo y el activo arriesgado forman una línea recta y no una curva como en el caso de la combinación de dos activos arriesgados. Este hecho se debe a la covarianza nula entre el activo libre de riesgo y el activo arriesgado[9].

9. Puesto que el activo libre de riesgo da una rentabilidad constante, se cumple que la covarianza entre esta rentabilidad y la del activo C será igual a cero.

La pendiente de esta recta (S_p) es:

$$S_p = \frac{E(r_c) - r_f}{\sigma_c}$$

$$S_p = \frac{E(r_c) - r_f}{\sigma_c} = \frac{9,39 - 4}{9,98} = 0,54$$

La pendiente indica la rentabilidad obtenida por cada unidad de riesgo asumido. En el ejemplo, la pendiente es 0,54, lo cual significa que si se incrementa la cartera P en una unidad de riesgo (un 1%), la rentabilidad aumenta un 0,54%.

Sustituyendo la expresión de la pendiente en la esperanza de la rentabilidad se obtiene la siguiente expresión:

$$E(r_p) = r_f + \frac{\sigma_p}{\sigma_c}[E(r_c) - r_f] = r_1 + S_p \times \sigma_p$$

Ejemplo 1

Un inversor desea invertir 100.000 €. En el mercado existen dos activos con las siguientes características:

	Rentabilidad	Volatilidad
Letras del Tesoro	3%	–
Acciones Telefone	10%	8%

El inversor crea una cartera P con la que quiere obtener una rentabilidad esperada del 9%. ¿Cuánto deberá invertir en Telefone y cuánto en Letras del Tesoro?

La respuesta es:

$$E(r_p) = (1 - y)r_f + y \times E(r_c) = r_f + y\,[E(r_c) - r_f] = 9\%$$

$$y = \frac{E(r_p) - r_f}{[E(r_c) - r_f]} = \frac{9\% - 3\%}{10\% - 3\%} = 0,8571$$

Por tanto, para lograr una rentabilidad esperada del 9% deberá invertir el 85,71% de la cartera en Telefone y el 14,29% en Letras del Tesoro.

La cantidad monetaria invertida en cada activo será:

	Letras del tesoro	**Acciones Telefone**
Cartera	14.290 €	85.710 €

La volatilidad que obtendrá será del 6,86%.

$$\sigma_p = y \times \sigma_c = 0,8571 \times 8\% = 6,86\%$$

Y la pendiente es igual a:

$$S_p = \frac{E(r_c) - r_f}{\sigma_c} = \frac{10\% - 3\%}{8\%} = 0,875$$

Supongamos que, debido a un cambio de perspectivas, el inversor desea invertir más de 100.000 € en Telefone. ¿Puede hacerlo?

La respuesta es sí ya que puede ir al banco y pedir un préstamo. Supongamos que le conceden un préstamo por un importe de 50.000 € al 3%, igual que el activo libre de riesgo. Entonces el inversor está invirtiendo un total de 150.000 € en Telefone.

Bajo este supuesto, el inversor no obtendría una rentabilidad positiva del activo libre de riesgo sino negativa, ya que se endeuda al 3%. Es decir, por un lado obtiene una rentabilidad positiva de Telefone y por otro lado ha de pagar los intereses del préstamo.

Si el inversor únicamente posee 100.000 € e invierte 150.000 € en Telefone, la proporción invertida en la acción será:

Por lo que la rentabilidad esperada de la cartera P será igual a:

$$\boxed{y = \frac{150.000}{100.000} = 1,50 = 150\%}$$

$$E(r_p) = (1-y)r_f + y \times E(r_c) = r_f + y\,[E(r_c) - r_f] = 3\% + 1,5(10\% - 3\%) = 13,50\%$$

Y la volatilidad de la cartera P será:

$$\sigma_p = y \times \sigma_c = 1,5 \times 8\% = 12\%$$

La pendiente de la línea que une las posibles combinaciones será:

$$\boxed{S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} = \frac{13,5\% - 3\%}{12\%} = 0,875}$$

Obsérvese que la pendiente del ejemplo 1 es la misma que cuando no pedía prestado el dinero. ¿Significa esto que la pendiente es independiente de la proporción invertida en cada activo?

La respuesta es que sí.

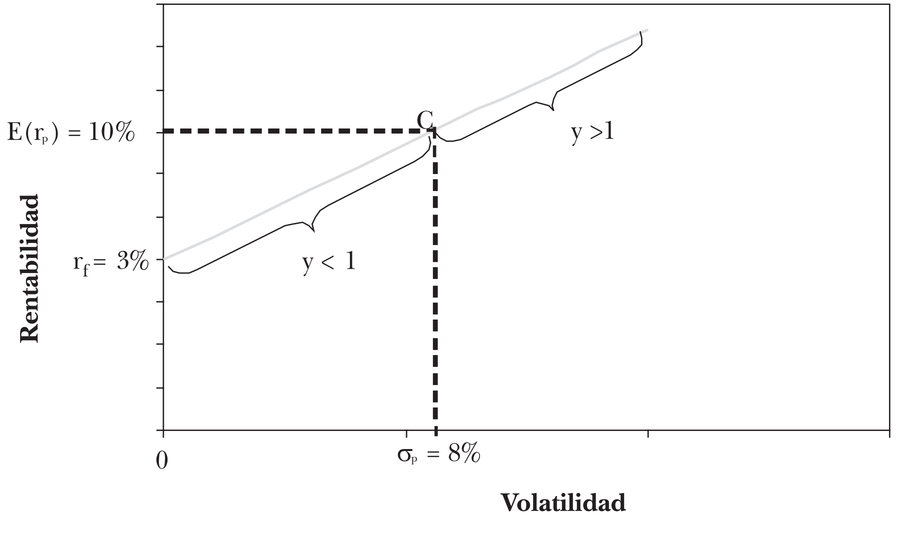
$$E(r_p) = (1 - y)r_f + y \times E(r_c) = r_f + y\,[E(r_c) - r_f]$$

$$E(r_p) - r_f = y\,[E(r_c) - r_f]$$

$$\sigma_p = y \times \sigma_c$$

$$S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} = \frac{y \times [E(r_c) - r_f]}{y \times \sigma_c} = \frac{E(r_c) - r_f}{\sigma_c}$$

Gráficamente se observa que la relación entre rentabilidad y riesgo sigue la misma proporción en los casos en que se invierte en el activo libre de riesgo o se pide prestado a la tasa del activo libre de riesgo. Por tanto, tenemos la siguiente representación gráfica:



En esta figura podemos señalar tres alternativas:

1. El punto C representa la cartera que está compuesta al 100% por el activo arriesgado.
2. La parte superior derecha del punto C incluye las carteras que invierten más del 100% en el activo arriesgado y, por tanto, piden dinero prestado a una tasa igual al activo libre de riesgo.

3. Finalmente, en las carteras que se sitúan en la parte inferior izquierda del punto C, la proporción del activo arriesgado en la cartera será inferior al 100% y el dinero restante será invertido en el activo libre de riesgo.

Esta recta se denomina línea de asignación de capitales o *Capital Allocation Line (CAL)* y representa las diferentes estrategias que se pueden implementar combinando el activo libre de riesgo y el activo con riesgo.

Como conclusión, en función de la rentabilidad que desea obtener un inversor, la proporción de inversión en el activo con riesgo será una u otra. En otras palabras, la composición de la cartera (incluyendo un activo sin riesgo y un activo con riesgo) depende del riesgo que esté dispuesto a asumir el inversor.

Ejemplo 2

Utilizando los datos del ejemplo 1 la cartera eficiente para un inversor que desea un nivel de riesgo del 7% será igual a:

$$\sigma_p = y \times \sigma_c = 7\%$$

$$y = \frac{\sigma_p}{\sigma_c} = \frac{7\%}{8\%} = 0{,}875$$

La proporción en el activo arriesgado será del 87,5% y la proporción en el activo libre de riesgo del 12,5% $(1-0{,}875)$.

Si en el mercado existen varios activos arriesgados, ¿cuál elegirá el inversor para crear su cartera?

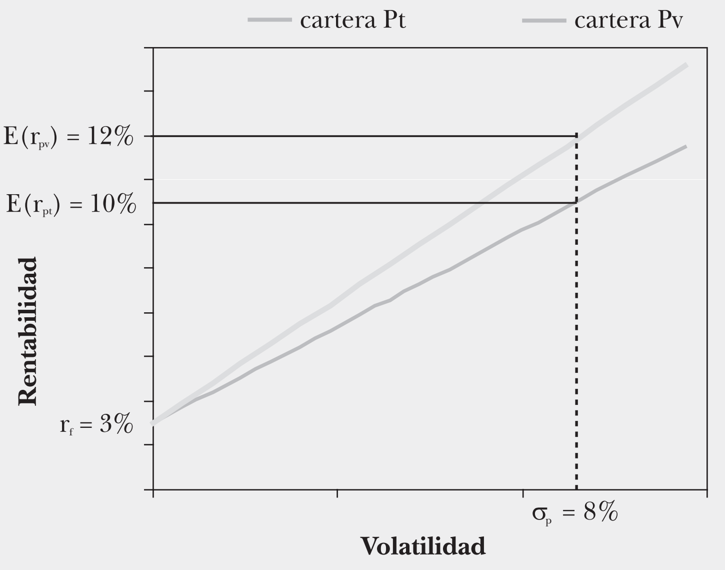
El inversor elegirá aquel activo que, para un nivel de riesgo dado, ofrezca mayor rentabilidad. Esta relación viene explicada por la pendiente de la recta, a mayor pendiente mayor rentabilidad por unidad de riesgo.

Por tanto, si existen varios activos arriesgados el inversor elegirá aquel que maximice su pendiente.

Ejemplo 3

Siguiendo el ejemplo 1, se incorpora en el mercado un nuevo activo, Vodafonica, que tiene la misma volatilidad que Telefone y una rentabilidad esperada del 12%.

En este caso la CAL de la cartera con Vodafonica (cartera Pv) y la CAL de la cartera con Telefone (cartera Pt) sería:



Si un inversor está dispuesto a soportar un riesgo del 8%, la rentabilidad esperada que logrará por la cartera Pv (con Vodafonica) es del 12%, mientras que la rentabilidad esperada con la cartera Pt (que incluye Telefone) es del 10%.

Las pendientes de las líneas determinadas por el activo libre de riesgo y, alternativamente, las carteras Pt y Pv son, respectivamente:

$$S_{pt} = \frac{10\% - 3\%}{8\%} = 0,875$$

$$S_{pv} = \frac{12\% - 3\%}{8\%} = 1,125$$

En este caso, ¿qué cartera elegirá el inversor? Obviamente elegirá la cartera Pv (compuesta por el activo libre de riesgo y Vodafonica) porque ofrece mayor rentabilidad para un mismo nivel de riesgo.

Este resultado puede comprobarse mediante la pendiente de estas rectas. Como la pendiente de la recta que pasa por la cartera Pv es de 1,125, significa que una unidad de riesgo equivale a 1,125 unidades de rentabilidad. Por otro lado, la línea que pasa por la cartera Pt tiene una pendiente de 0,875 y, por tanto, cada unidad de riesgo ofrece una menor rentabilidad.

Por tanto, cuanto mayor sea la pendiente de la recta mayor rentabilidad se ofrecerá por cada unidad de riesgo.

3.5. Cartera óptima con un activo sin riesgo y una cartera de dos activos con riesgo

Hasta ahora se han visto dos tipos de carteras, una compuesta por dos activos arriesgados y otra compuesta por un activo sin riesgo y un activo arriesgado.

En este apartado se creará una cartera compuesta por dos activos, uno con riesgo y otro arriesgado, aunque el activo arriesgado es realmente una cartera compuesta por dos activos. Por tanto, estrictamente hablando, se creará una cartera con tres activos, uno sin riesgo y dos con riesgo.

Para determinar la cartera óptima se dividirá el cálculo en tres etapas.

1. Cálculo de la frontera eficiente a partir de dos activos arriesgados. En esta frontera es de especial importancia la cartera MV (cartera de mínima varianza) que viene dada por el vértice de la parábola que representa esta frontera eficiente.
2. Se calculará la cartera M incluida en esta frontera tal que la línea que une el activo sin riesgo y esta cartera M es tangente a la frontera eficiente.
3. Finalmente analizaremos esta línea tangente que recibe el nombre de *Capital Market Line* (CML). Por construcción, la CML incluye todas las carteras P, las cuales están compuestas por una combinación del activo libre de riesgo y de la cartera M.

Cartera M = Activo arriesgado 1 + activo arriesgado 2
Cartera P = Activo sin riesgo f + cartera M

Ejemplo 4

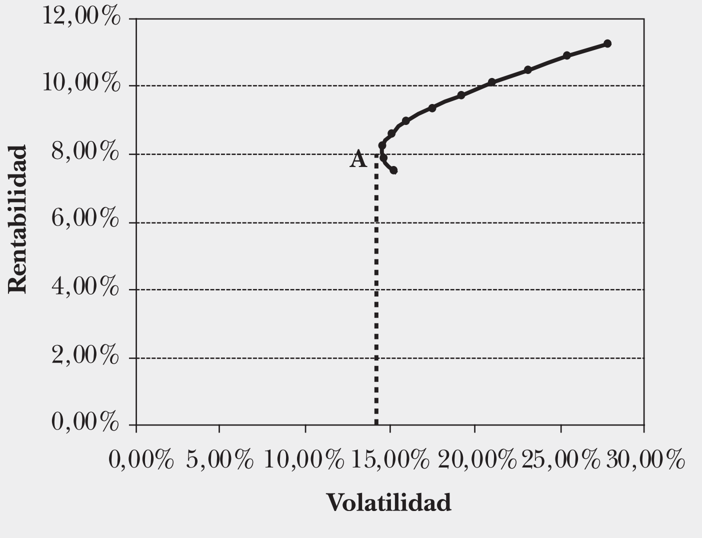
Suponemos dos activos con riesgo con las siguientes características:

	Activo libre de riesgo	Activo 1	Activo 2
Rentabilidad $E(r_i)$	**3%**	7,47%	11,25%
Volatilidad σ_i	–	15,24%	27,87%
Covarianza σ_{ij}	–	0,0102	
Correlación ρ_{ij}	–	24,01%	

El primer paso es determinar la rentabilidad esperada y la volatilidad para diferentes carteras en función de los pesos de los activos 1 y 2 (primera y segunda columna de la siguiente tabla):

Activo 1	Activo 2	Rentabilidad	Volatilidad
100%	0%	7,47%	15,24%
90%	10%	7,85%	14,64%
80%	20%	8,22%	14,57%
70%	30%	8,60%	15,05%
60%	40%	8,98%	16,02%
50%	50%	9,36%	17,41%
40%	60%	9,74%	19,12%
30%	70%	10,12%	21,07%
20%	80%	10,49%	23,21%
10%	90%	10,87%	25,49%
0%	100%	11,25%	27,87%

La frontera eficiente construida a partir de los activos arriesgados 1 y 2



quedaría representada gráficamente como:

El punto A del gráfico representa la cartera MV (compuesta por los activos 1 y 2) que posee menor varianza.

Tal y como se ha explicado en apartados anteriores, para calcular la cartera con menor varianza se debe realizar un sencillo ejercicio de optimización.

$$\text{Min. } \sigma_c^2$$

Los pesos de los dos activos arriesgados serán igual a:

$$w_1 = \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})}$$

$$w_2 = 1 - w_1$$

Siguiendo el ejemplo presentado en este apartado, los pesos del activo 1 y del activo 2 que minimizan la varianza de la cartera MV son 83,77% en el activo 1 y 16,23 en el activo 2. Esta cartera está representada por el punto A.

La rentabilidad esperada de la cartera MV con menor varianza es de 8,08% y posee una volatilidad del 14,53%.

La frontera eficiente delimita las combinaciones posibles entre los activos 1 y 2, donde la cartera con menor varianza está representada en el gráfico por el punto A y está compuesta por el 83,77% en el activo 1 y el 16,23% en el activo 2.

Una vez se ha encontrado la cartera con menor varianza MV, ésta se utilizará para encontrar la línea de carteras que combinan el activo libre de riesgo y la cartera de mínima varianza.

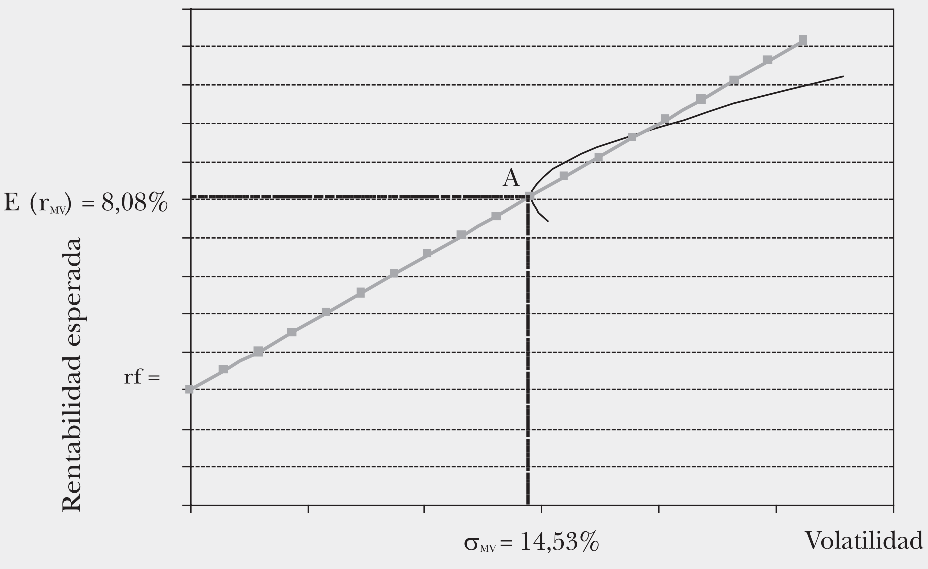
Por tanto, el problema que se plantea es el mismo que en el ejemplo 1 pero –en este caso– el activo con riesgo es la cartera compuesta por los activos 1 y 2 y que tiene menor varianza.

Entonces, para distintos pesos, calculamos las características de las carteras que combinan el activo libre de riesgo y la cartera con mínima varianza.

	Activo libre de riesgo	**Cartera de mínima varianza (MV)**
Rentabilidad $E(r_i)$	3%	8,08%
Volatilidad σ_i	–	14,53%

Activo libre de riesgo	**Cartera MV**	**Rentabilidad**	**Volatilidad**
100%	0%	3,00%	0,00%
90%	10%	3,51%	1,45%
80%	20%	4,02%	2,91%
70%	30%	4,52%	4,36%
60%	40%	5,03%	5,81%
50%	50%	5,54%	7,26%
40%	60%	6,05%	8,72%
30%	70%	6,56%	10,17%
20%	80%	7,06%	11,62%
10%	90%	7,57%	13,08%
0%	100%	8,08%	14,53%

Gráficamente, tenemos la siguiente figura:



Como puede verse, el punto A corresponde a la cartera con menor varianza cuando combinamos –exclusivamente– dos activos con riesgo. Obsérvese que existen estrategias que permiten obtener una mayor rentabilidad que la cartera A. Estas estrategias requieren que el inversor invierta más del 100% en el activo arriesgado. Para implementar este tipo de estrategias el inversor deberá recurrir al endeudamiento.

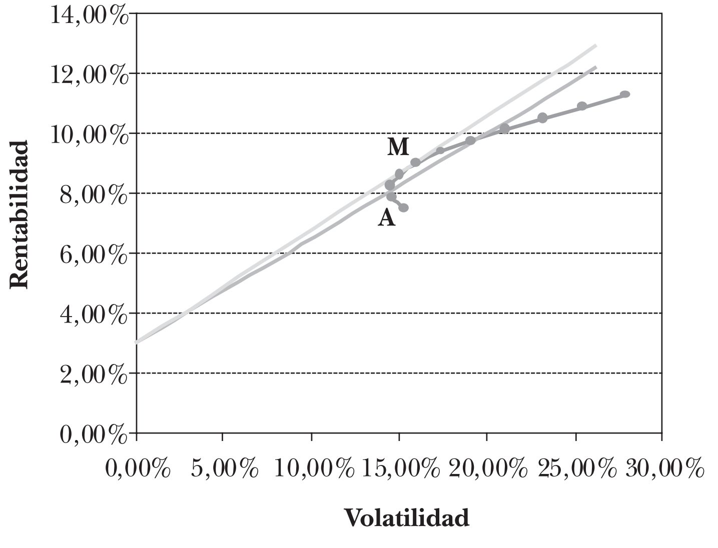
La pendiente de la línea que incluye la cartera con mínima varianza y el activo libre de riesgo será:

$$S_c = \frac{E(r_c) - r_f}{\sigma_c} = \frac{8{,}08\% - 3\%}{14{,}53\%} = 0{,}35$$

Este dato indica que una unidad adicional de riesgo hace aumentar 0,35 unidades la rentabilidad.

Una vez se ha creado la frontera eficiente a partir de dos activos arriesgados, se debe determinar cuál será la cartera de la frontera que deberá utilizarse para combinarla con el activo libre de riesgo. A primera vista, se puede pensar que la mejor cartera que puede utilizarse para combinar con el activo libre de riesgo es la de mínima varianza. No obstante, esta cartera no maximiza la pendiente de la línea CML. Por tanto, la cartera con mínima varianza no será la óptima[10].

En el gráfico siguiente puede observarse que la cartera A combinada con el activo libre de riesgo presenta menor pendiente que la que combina la cartera M con el activo libre de riesgo.



Para encontrar la cartera M se deberá maximizar la pendiente de la CML.

$$\text{Max. } S_p = \frac{E(r_c) - r_f}{\sigma_c}$$

Maximizando esta expresión, los pesos de los activos que componen la cartera M serán:

$$\boxed{\begin{aligned} w_1 &= \frac{[E(r_1) - r_f]\,\sigma_2^2 - [E(r_2) - r_f]\,\sigma_{12}}{[E(r_1) - r_f]\,\sigma_2^2 + [E(r_2) - r_f]\,\sigma_1^2 - [E(r_1) - r_f + E(r_2) - r_f]\,\sigma_{12}} \\ w_2 &= 1 - w_1 \end{aligned}}$$

Recapitulando, la línea CML es la que une los puntos correspondientes al activo libre de riesgo y a la cartera M. Por tanto esta recta tiene la siguiente ecuación:

10. La demostración de este resultado puede verse en el Anexo.

$$E(r_p) = r_f + \left[\frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m}\right]\sigma_p$$

donde:
$E(r_p)$ = Rentabilidad esperada de la cartera p
σ_p = Volatilidad de la cartera p
r_f = Rentabilidad del activo libre de riesgo
$E(r_m)$ = Rentabilidad esperada del índice de mercado, M
σ_m = Volatilidad del índice de mercado, M

Es importante señalar que la línea CML establece una relación (lineal) entre la rentabilidad esperada de un activo y el riesgo de dicho activo. Este riesgo es medido por la volatilidad, es decir, la raíz cuadrada de la varianza de sus rendimientos. Posteriormente, veremos una relación similar pero que utiliza el coeficiente beta como medida del riesgo del activo.

Ejemplo 4. (Continuación)

La cartera M del ejemplo utilizado será la que incluye las siguientes proporciones en los activos 1 y 2:

$$w_1 = \frac{[E(r_1) - r_f]\ \sigma_2^2 - [E(r_2) - r_f]\ \sigma_{12}}{[E(r_1) - r_f]\ \sigma_2^2 + [E(r_2) - r_f]\ \sigma_1^2 - [E(r_1) - r_f + E(r_2) - r_f]\ \sigma_{12}} =$$

$$= \frac{(0{,}0747 - 0{,}03)0{,}2787^2 - (0{,}1125 - 0{,}03)0{,}0102}{(0{,}747 - 0{,}03)\,0{,}2787^2 + (0{,}1125 - 0{,}03)\,0{,}1524^2 - (0{,}747 + 0{,}1125 - 0{,}06)\,0{,}0102} =$$

$$= 0{,}6427 = 64{,}27\%$$

$$w_2 = 1 - w_1 = 1 - 0{,}6427 = 0{,}3573 = 35{,}73\%$$

Por tanto, las proporciones óptimas de los activos 1 y 2 que compondrán la cartera M son, respectivamente, 64,27% y 35,73%. Esta cartera es la que debe ser combinada con el activo libre de riesgo pues es la que maximiza la pendiente de la línea CML.

Utilizando estos pesos, se obtiene que la rentabilidad esperada y volatilidad de la cartera M son 8,89% y 15,55%, respectivamente.

La pendiente de la línea CML que contiene a la cartera M es:

$$S_p = \frac{E(r_p) - r_f}{\sigma_p} = \frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m} = \frac{8{,}89 - 3}{15{,}55} = 0{,}3742$$

A modo de resumen, hemos partido de carteras que combinan los activos 1 y 2. Todas las combinaciones de este tipo están presentes en la frontera eficiente cuando no consideramos un activo libre de riesgo. El inversor crea una cartera combinando un activo libre de riesgo y una de estas carteras. La línea CML es la línea en la que se sitúan cada una de las distintas estrategias posibles (esto es, todas las combinaciones posibles que incluyen un activo libre de riesgo y la cartera M). Si el inversor utiliza la cartera con mínima varianza para crear su cartera, ésta no será óptima, porque existen otras carteras que proporcionan una mayor pendiente de la recta CML. Como se ha visto, cuanta mayor sea la pendiente de la línea CML mejor, porque significará que existe una combinación del activo libre de riesgo y cartera arriesgada que ofrece mayor rentabilidad con igual nivel de riesgo. Por tanto, se deberá maximizar la pendiente de la línea CML para encontrar la cartera óptima, denotada en el gráfico anterior por el punto M.

Una vez encontrada la cartera M que maximiza la pendiente de las líneas rectas que parten del activo libre de riesgo, se crea la línea CML óptima. En esta línea se encontrarán todas las combinaciones de activos de renta fija y de la cartera M óptima. Por tanto, en función del riesgo que quiera asumir el inversor, elegirá una combinación u otra.

Ejemplo 5

Utilizando los datos del ejemplo 4, supongamos que un inversor quiere que su cartera óptima tenga un riesgo del 10%. Entonces, la combinación entre el activo libre de riego y la cartera M será la presentada a continuación.

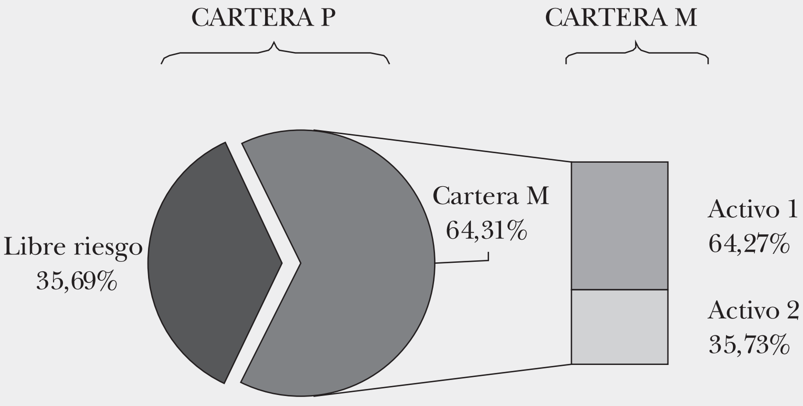
Recordemos que *y* es la proporción de la cartera M en la cartera P.

$$\sigma_p = y \times \sigma_m = 10\%$$

$$y = \frac{\sigma_p}{\sigma_m} = \frac{10\%}{15,55\%} = 0,6431 = 64,31\%$$

Entonces la cartera M incluye, con un peso del 64,31%, la cartera P, mientras que el peso asignado al activo libre de riesgo es del 35,69%.

La representación gráfica de estas proporciones queda así:



Si en lugar de soportar el 10%, el inversor tiene mayor aversión al riesgo y únicamente acepta el 5%, la cartera P se compondría del 67,84% en el activo libre de riesgo y el 32,16% en la cartera M. Este resultado es razonable pues indica que un inversor más averso al riesgo invertirá una proporción mayor de su cartera en el activo libre de riesgo.

Entonces, en función de la aversión al riesgo del inversor, se determinan las proporciones del activo libre de riesgo y de la cartera M que se incluyen en la cartera P.

Resumiendo, las proporciones de los activos 1 y 2 que se incluyen en la cartera de mínima varianza y en la cartera que maximiza la pendiente de la recta CML son las siguientes:

Cartera de mínima varianza (MV):

Activo 1	Activo 2
$w_1 = \dfrac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})}$	$w_2 = 1 - w_1$

Cartera que maximiza la pendiente de la recta CML.

Activo 1	Activo 2
$w_1 = \dfrac{[E(r_1) - r_f]\sigma_2^2 - [E(r_2) - r_f]\sigma_{12}}{[E(r_1) - r_f]\sigma_2^2 + [E(r_2) - r_f]\sigma_1^2 - [E(r_1) - r_f + E(r_2) - r_f]\sigma_{12}}$	$w_2 = 1 - w_1$

La cartera que maximiza la pendiente se utilizará para combinarla con el activo libre de riesgo y formar la recta CML. Una vez se encuentra esta línea, se determinará la cartera óptima en función del riesgo que desee asumir el inversor.

Capítulo 4
Concepto de diversificación

4.1. Concepto de diversificación

En el módulo de estadística se introdujo el concepto de diversificación y se explicó su relación con la covarianza y la correlación. En este apartado, la explicación se centrará en el número de activos necesarios para reducir el riesgo y el nivel de riesgo que puede disminuirse. También se definirán los distintos tipos de riesgo que presenta un activo para determinar a continuación qué tipo de riesgo puede reducirse mediante la diversificación.

4.2. Tipos de riesgo

4.2.1. *Riesgo sistemático*

Este tipo de riesgo es también llamado riesgo de mercado o riesgo no-diversificable. No depende de la empresa sino de variables muy distintas, como el PIB, la inflación, etc.

4.2.2. *Riesgo específico*

También llamado riesgo idiosincrásico, riesgo diversificable o riesgo único. Este riesgo es el propio del activo, por lo que podrá ser reducido o eliminado mediante diversificación.

4.3. Límites a la diversificación

La diversificación tiene como consecuencia la reducción del riesgo de una cartera mediante la incorporación de activos adicionales. No obstante, la disminución del riesgo dependerá de la correlación, ρ, entre los activos. Si $\rho = -1$ (correlación negativa perfecta), la diversificación tiene efectos máximos y si $\rho = 1$ (correlación positiva perfecta), la diversificación tiene consecuencias mínimas. Para los demás valores de ρ, el grado de diversificación dependerá del valor que tome este coeficiente de correlación.

Recapitulando, la definición de varianza de una cartera compuesta por dos activos viene definida por la siguiente fórmula:

$$\sigma_c^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_{12}$$

que puede reescribirse del siguiente modo:

$$\begin{aligned}\sigma_c^2 &= w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_{12}\\ &= w_1w_1\sigma_1^2 + w_2w_2\sigma_2^2 + w_1w_2\sigma_{12} + w_2w_1\sigma_{21}\end{aligned}$$

donde $\sigma_{12} = \sigma_{21}$.

A medida que el número de activos de una cartera aumenta también lo hace el número de varianzas y covarianzas que se debe calcular.

N.º activos de la cartera	**N.º varianzas**	**N.º covarianzas**
1	1	–
2	2	2
3	3	6
4	4	12
...	...	...
n	n	n(n – 1)

Entonces, para una cartera con *n* activos, la varianza de ésta estará compuesta por las *n* varianzas de todos los activos y por *n(n –1)* covarianzas.

Si se utilizan los valores medios de varianzas y covarianzas y se supone que todos los activos tienen igual peso en la cartera, la varianza de la cartera será igual a[11]:

$$\boxed{\sigma_c^2 = \frac{1}{n}\overline{\sigma}^2 + \frac{(n-1)}{n}\overline{\text{cov}}}$$

Donde:

$\overline{\sigma}^2$ = Varianza media de los activos de la cartera.
$\overline{\text{cov}}$ = Covarianza media de los activos de la cartera.

11. La demostración matemática puede encontrarse en el Anexo.

A partir de esta nueva expresión, para la varianza de una cartera se pueden sacar las siguientes conclusiones.

1. Salvo en el caso en que los activos tengan una correlación positiva perfecta, la varianza de una cartera con dos activos no es igual a la suma de las varianzas de éstos sino menor. Por tanto, la diversificación reduce el riesgo a partir de la incorporación del primer activo.
2. Si la cartera incluye un número infinito de activos, la varianza de la cartera será igual a la covarianza media que tengan los activos que la componen:[12]

N.º de activos de la cartera	Varianza de la cartera
2	$\sigma_c^2 = \frac{1}{2}\bar{\sigma}^2 + \frac{1}{2}\overline{\text{cov}}$
10	$\sigma_c^2 = \frac{1}{10}\bar{\sigma}^2 + \frac{9}{10}\overline{\text{cov}}$
1.000	$\sigma_c^2 = \frac{1}{1.000}\bar{\sigma}^2 + \frac{999}{1.000}\overline{\text{cov}}$
∞	$\sigma_c^2 = \overline{\text{cov}}$

3. Si la rentabilidad de los activos se ve afectada en mayor o menor medida por las variables macroeconómicas, la covarianza será positiva. Porque si se publica una variable macroeconómica con resultados positivos, en mayor o menor grado todos los activos aumentarán de valor y, al contrario, si el resultado de la variable publicada es negativo, los activos disminuirán de valor. Como consecuencia, la covarianza entre los activos incluidos en la cartera y variables macroeconómicas tiende a ser positiva y equivaldrá al riesgo sistemático de la cartera.
   En este caso, la incorporación de nuevos activos a la cartera hará disminuir la varianza de ésta hasta que la varianza de la cartera sea igual a la covarianza media de los activos, es decir, hasta que la cartera únicamente tenga riesgo sistemático.
4. De la conclusión anterior también se deriva que el riesgo que puede reducirse mediante la diversificación es el riesgo específico, al mismo tiempo que el riesgo sistemático nunca podrá reducirse mediante diversificación mientras que los activos de la economía se comporten de forma parecida ante los factores macroeconómicos.

12. La última fila de esta tabla incluye el resultado para una cartera con un número infinito de activos, esto es, $n = \infty$. En este caso, $1/n = 0$ y $(n-1)/n \approx 1$

A continuación se va a reescribir el cálculo de la varianza de una cartera en función de la correlación. Para simplificar más los cálculos, se va a suponer que la varianza de todos los activos de la economía poseen igual varianza.

Partiendo de la definición de covarianza, es inmediato expresarla en función de la correlación como $cov(r_1,r_2) = \rho\sigma_1\sigma_2$. Por tanto, suponiendo que las varianzas de los activos son iguales se tiene que $cov(r_1,r_2) = \rho\sigma^2$. Adicionalmente, la varianza media es igual a la varianza de cualquiera de los activos incluidos en la cartera, es decir, $\overline{\sigma}^2 = \sigma^2$

Entonces, la varianza de la cartera es igual a la siguiente expresión:

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n}\overline{\sigma}^2 + \frac{(n-1)}{n}\rho\overline{\sigma}^2$$

Si $\rho = 0$, la varianza de la cartera se puede expresar como:

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n}\overline{\sigma}^2 + \frac{(n-1)}{n}\rho\overline{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\overline{\sigma}^2$$

Por tanto, la varianza de la cartera disminuirá a medida que se incorporen nuevos activos en dicha cartera, hasta llegar a cero cuando el número de activos sea infinito. Es decir, si $n = \infty$, se tiene que = 0.

Si $\rho = 1$, la diversificación no causará efecto ya que la varianza de la cartera será independiente del número de activos que la integren e igual a la varianza media de los activos.

σ_c^2

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n}\overline{\sigma}^2 + \frac{(n-1)}{n}\rho\overline{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\overline{\sigma}^2 + \frac{(n-1)}{n}\overline{\sigma}^2 = \overline{\sigma}^2$$

En otras palabras, cuando $\rho = 1$, todo el riesgo que posee el activo es riesgo sistemático y este riesgo no puede reducirse mediante diversificación.

Si $0 < \rho < 1$, el riesgo que no podrá eliminarse mediante diversificación en un número infinito de activos será $\rho\overline{\sigma}^2$:

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n}\overline{\sigma}^2 + \frac{(n-1)}{n}\rho\overline{\sigma}^2 = \rho\overline{\sigma}^2 \text{ si } n = \infty$$

Entonces, a modo esquemático y para infinitos activos, tenemos los siguientes resultados.

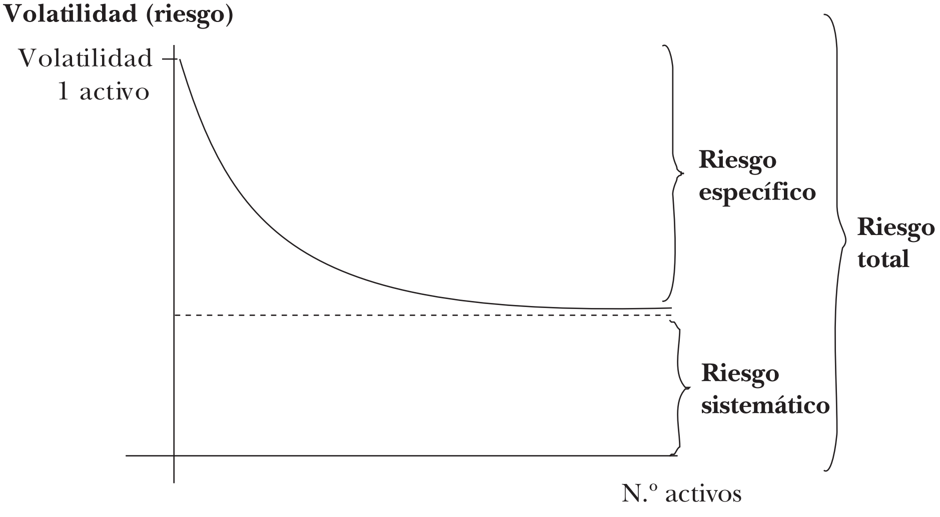
Coeficiente de correlación	**Varianza cartera**
$\rho = 0$	0
$\rho = 1$	$\sigma_c^2 = \overline{\sigma}^2$
$0 < \rho < 1$	$\sigma_c^2 = \rho\overline{\sigma}^2$

En la mayoría de carteras, la correlación no es perfecta, es decir, $0 < \rho < 1$. Esto implica que la varianza de la cartera será –como mínimo– igual a $\rho\bar{\sigma}^2$, que es el nivel de riesgo que no puede eliminarse mediante diversificación en un número infinito de activos. Utilizando la definición de riesgo sistemático y riesgo específico, este riesgo mínimo será igual al riesgo sistemático.

Entonces el riesgo sistemático y el riesgo específico serán igual a:

$$\boxed{\begin{aligned} \sigma_{\text{específico}} &= \sqrt{\frac{1}{n}\bar{\sigma}^2} \\ \sigma_{\text{sistemático}} &= \sqrt{\rho\bar{\sigma}^2} \end{aligned}}$$

La representación gráfica del efecto de la diversificación viene expresada en el siguiente gráfico.



De este gráfico pueden derivarse dos conclusiones:

1. El riesgo sistemático definido como $\sqrt{\rho\bar{\sigma}^2}$ nunca podrá ser reducido con independencia del número de activos que compongan la cartera.

2. La incorporación de un activo extra en una cartera con pocos activos tiene un impacto mayor en la reducción del riesgo que si se incorpora en una cartera con muchos activos. Así, por ejemplo, Statman (1987)[13] estudió las

13. Meir Statman, «How Many Stocks Make a Diversified Portfolio», *Journal of Financial and Quantitative Analysis 22* (septiembre, 1987).

acciones del NYSE (New York Stock Exchange) y concluyó que el poder de la diversificación para reducir el riesgo disminuye a medida que el número de activos aumenta. El impacto sobre la reducción del riesgo de la incorporación de un activo en una cartera que incluye previamente entre 20 y 30 activos es muy pequeño y a partir del activo n.º 100 casi irrisorio.

Ejemplo 1

En la economía existen infinitos activos arriesgados que ofrecen una rentabilidad esperada $E(r_i) = 18\%$ con una volatilidad $\sigma_i = 30\%$ y un coeficiente de correlación entre cada pareja de activos igual a $\rho_{ij} = 0{,}5$. Se realizan los siguientes supuestos:

1. Todos los activos tienen la misma rentabilidad esperada y volatilidad.
2. Todas las parejas de activos tienen la misma correlación.
3. Las posibles carteras ponderan por igual todos los activos, es decir, $w_i = 1/n$.

Determine:

a) Rentabilidad esperada de dos carteras que incluyen, respectivamente, 2 y 10 activos.
b) Volatilidad de una cartera con 2 activos.
c) Volatilidad de una cartera con 30 activos.
d) Si un inversor desea obtener una volatilidad igual o menor de 21,50%. ¿Cuál es el número mínimo de activos que debe incluir en su cartera?
e) El mismo inversor quiere ahora obtener una volatilidad igual o menor al 21,25%. ¿Cuántos activos necesitará como mínimo?
f) ¿Cuál es el riesgo sistemático de esta economía?

a) La rentabilidad esperada será la misma para 2, 10, o –en general– *n* activos. Este hecho es debido a que todos los activos de la economía tienen la misma rentabilidad esperada, 18%.

Así, para dos activos, tenemos

$$E(r_c) = \frac{1}{2}E(r_i) + \frac{1}{2}E(r_i) = E(r_i)$$

Para el caso de 10 activos, tenemos la suma de diez términos:

$$E(r_c) = \frac{1}{10}E(r_i) + \ldots + \frac{1}{10}E(r_i) = E(r_i)$$

En general, para una cartera con *n* activos, tenemos la suma de *n* términos:

$$E(r_c) = \frac{1}{n}E(r_i) + \ldots + \frac{1}{n}E(r_i) = E(r_i)$$

Por tanto, en una economía donde todos los activos tienen la misma rentabilidad esperada, la rentabilidad esperada de una cartera no depende del número de activos incluidos en dicha cartera.

b) La varianza de una cartera viene definida por

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n}\bar{\sigma}^2 + \frac{(n-1)}{n}\rho\bar{\sigma}^2$$

Entonces, para 2 activos, la varianza de la cartera será:

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n}\bar{\sigma}^2 + \frac{(n-1)}{n}\rho\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{2}30^2 + \frac{(2-1)}{2} \times 0,50 \times 30^2 = 675(\%)^2 \rightarrow 0,0675$$

Entonces la volatilidad de esta cartera será la raíz cuadrada de su varianza, es decir, 25,98%. Por tanto, con dos activos, la volatilidad disminuye un 4,02%, pues hemos pasado de un activo individual con volatilidad del 30% a una cartera con dos activos y volatilidad del 25,98%.

c) En el caso de 30 activos, la varianza de la cartera sería:

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n}\bar{\sigma}^2 + \frac{(n-1)}{n}\rho\bar{\sigma}^2 = \frac{1}{30}30^2 + \frac{(30-1)}{30} \times 0,50 \times 30^2 = 465(\%)^2 \rightarrow 0,0465$$

La volatilidad resultante para esta cartera es, por tanto, 21,56%. Comparando el riesgo de una cartera con 2 activos y una cartera con 30, se observa que la volatilidad de la cartera ha disminuido un 4,42%.

Hablando en términos absolutos, la volatilidad baja en cantidades similares cuando pasamos de 1 a 2 activos (pasa de 30% a 25,98%) o cuando pasamos de 2 a 30 activos (pasa de 25,98% a 21,56%).

Como conclusión, nuevos activos bajan la volatilidad de la cartera aunque se debe notar que, a medida que va aumentando el número de activos, la reducción en volatilidad es cada vez menor, hasta llegar a un punto en que la reducción del riesgo por la incorporación de un activo es infinitesimal.

d) Si el inversor desea obtener una volatilidad igual o menor al 21,50%, el número mínimo de activos se obtendrá despejando dicho número a partir de la fórmula de la varianza de la cartera:

$$\sigma_c^2 = \frac{1}{n}\bar{\sigma}^2 + \frac{(n-1)}{n}\rho\bar{\sigma}^2$$

$$\Rightarrow n\sigma_c^2 = \bar{\sigma}^2 + (n-1)\rho\bar{\sigma}^2$$

$$\Rightarrow n\sigma_c^2 = \bar{\sigma}^2 + n\rho\bar{\sigma}^2 - \rho\bar{\sigma}^2$$

$$\Rightarrow n\sigma_c^2 - n\rho\bar{\sigma}^2 = \bar{\sigma}^2 - \rho\bar{\sigma}^2$$

$$\Rightarrow n(\sigma_c^2 - \rho\bar{\sigma}^2) = \bar{\sigma}^2(1-\rho)$$

Por tanto, el número de activos es igual a:

$$n = \frac{\bar{\sigma}^2(1-\rho)}{\sigma_c^2 - \rho\bar{\sigma}^2}$$

Para una volatilidad de la cartera igual al 21,50%, el número mínimo de activos será entonces:

$$n = \frac{\bar{\sigma}^2(1-\rho)}{\sigma_c^2 - \rho\bar{\sigma}^2} = \frac{30^2(1-0,50)}{21,5^2 - 0,50\times 30^2} = 36,73$$

El número mínimo de activos será de 37.

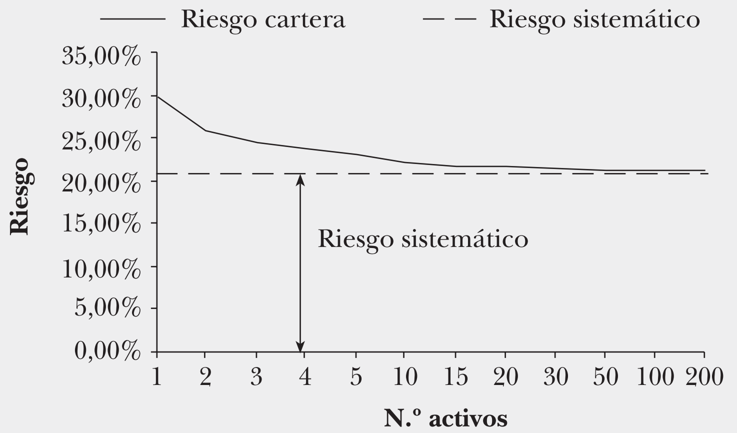
e) Supongamos ahora que el inversor, en lugar de desear un 21,50% de volatilidad, quiere una cartera con una volatilidad 0,25% menor, es decir, 21,25%. El número mínimo de activos que deberá tener en la cartera será ahora de 288 activos. Fíjese que para reducir un 0,25% de riesgo es necesario incorporar 251 activos más.

f) El mínimo riesgo que soportará esta cartera será igual al riesgo sistemático. Esto ocurrirá cuando la cartera esté compuesta por infinitos activos. En este caso el primer término de la varianza de la cartera tiende a cero, mientras que el segundo término tiende a $\rho\bar{\sigma}^2$, es decir, el riesgo sistemático.

El riesgo sistemático de la cartera es igual a:

$$\sigma_{\text{sistemático}} = \sqrt{\rho\bar{\sigma}^2} = 21,21\%$$

Gráficamente puede observarse que cuando el número de activos aumenta, el riesgo tiende hacia 21,21%.



Ejemplo 2

En este ejemplo se ilustrará el impacto que tiene la correlación sobre la reducción del riesgo de una cartera. Utilizando los datos del ejemplo 1, se calcula la volatilidad de dos carteras, donde los coeficientes de correlación entre cada pareja de activos son, respectivamente, $\rho = 0$ y $\rho = 0{,}50$.

N.º activos de la cartera	Volatilidad para $\rho = 0$	Volatilidad para $\rho = 0{,}50$
1	30,00%	30,00%
2	22,25%	25,98%
3	18,97%	24,49%
4	17,10%	23,72%
5	15,87%	23,24%
10	13,08%	22,25%
15	12,00%	21,91%
20	11,42%	21,74%
30	10,82%	21,56%
50	10,31%	21,42%
100	9,90%	21,32%
200	9,70%	21,27%
Mín. riesgo	*0%*	*21,21%*

Cabe remarcar que, para la cartera con coeficiente de correlación $\rho = 0$, la mínima varianza es cero, mientras que la cartera con $\rho = 0{,}50$ tiene una mínima varianza igual a 21,21%. También se observa que la varianza en la cartera con $\rho = 0$ baja más rápidamente que la varianza de la cartera con $\rho = 0{,}50$.

Capítulo 5
Modelo de Mercado de Sharpe

5.1. Modelo de Mercado de Sharpe

5.1.1. *Justificación*

El modelo presentado por Markowitz tenía un pequeño inconveniente para la época en que lo mostró: el número de parámetros que se deben calcular aumenta rápidamente a medida que crece el número de activos de la cartera[14]. En esos tiempos, la falta de ordenadores personales implicaba mucho tiempo y dedicación para poder determinar la cartera óptima de un inversor. Además, si se hubieran utilizado *n* activos para calcular la cartera eficiente, los cálculos hubieran sido tantos que el tiempo dedicado para determinar la cartera hubiera hecho que las varianzas y covarianzas de los activos individuales en las que se hubiera basado el modelo habrían cambiado y, por tanto, sería necesario volver a realizar los cálculos.

Esta complejidad fue observada por Sharpe, que presentó en 1963 el Modelo de Mercado de Sharpe. Dicho modelo solucionaba el problema de complejidad de cálculos numéricos del modelo de Markowitz.

Sharpe empezó a observar los datos macroeconómicos y las cotizaciones de los activos, llegando a la conclusión de que existía una relación. También detectó que ciertos activos tenían una reacción mayor a los datos macroeconómicos que otros. A continuación empezó a determinar la sensibilidad que tenían dichos activos frente a estos datos macroeconómicos. Como existen muchos tipos de datos macroeconómicos, Sharpe vio la necesidad de crear un índice indicativo de éstos que permitiese facilitar el cálculo de sensibilidad de cada activo respecto a los datos macroeconómicos del mercado (representados ahora por el

14. Siendo *n* el número de activos, hay que calcular $\frac{n^2 + 3n}{2}$ parámetros para elaborar el modelo de Markowitz.

índice). Por tanto, Sharpe llegó a la conclusión de que la rentabilidad de un activo se puede descomponer como la suma de un término fijo y no explicado por el mercado y un segundo término que viene determinado por la sensibilidad que tiene el activo al índice de mercado.

El modelo presentado por Sharpe es el siguiente:

$$\boxed{r_i = \alpha_i + \beta_i \times r_m + \varepsilon_i}$$

Donde:
r_i = Rentabilidad del activo *i*
α_i = Parte de la rentabilidad del activo *i* que es independiente del mercado
β_i = Sensibilidad de la rentabilidad del activo *i* a la rentabilidad del mercado
r_m = Rentabilidad del mercado
ε_i = Término aleatorio que representa la rentabilidad debida a otros factores no contemplados por el modelo

Entonces la rentabilidad del activo *i* depende de tres factores:

1. α_i, representa la rentabilidad mínima que ha de ofrecer el activo *i*. Esta rentabilidad vendrá explicada por la actividad de la empresa que lo emite, su gestión, nivel de endeudamiento, etc.

2. $\beta_i \times r_m$, término que indica la rentabilidad del activo *i* que viene explicada por el mercado.

   La rentabilidad de una empresa depende, en gran parte, de la gestión realizada por ésta, pero también existen otros factores que no dependen directamente de la empresa sino del mercado, como, por ejemplo, los tipos de interés. Si suben los tipos de interés, la rentabilidad de la empresa debería disminuir porque los intereses que ésta paga por su deuda serán mayores. Pero el impacto que tienen los datos macroeconómicos en la empresa depende de las características de ésta. Por tanto, la rentabilidad del activo *i* debe reflejar la sensibilidad del activo con el mercado. El factor que mide esta sensibilidad es β_i.

3. Finalmente, la rentabilidad de un activo también puede depender de una serie de variables que no se recogen debido a posibles ineficiencias del modelo, ε_i.

El Modelo de Mercado de Sharpe se basa en la siguientes hipótesis.

1. El término ε_i es una variable aleatoria con media cero y varianza constante.

$$E(\varepsilon_i) = 0$$
$$Var(\varepsilon_i) = \sigma_\varepsilon^2$$

Intuitivamente, una de las razones por la que la media de esta variable es cero es porque se trata de una variable que no presenta ningún patrón definido ya que si lo presentara estaría incluida en α_i.

Si este supuesto es correcto, la rentabilidad esperada del activo será:

$$E(r_i) = \alpha_i + \beta_i \times E(r_m)$$

2. La variable ε_i es independiente de la rentabilidad del mercado. Por tanto,

$$Cov(r_m, \varepsilon_i) = 0$$

De manera hipotética este supuesto implica que si esta covarianza no fuera igual a cero, el comportamiento de ε_i estaría recogido en β_i.

Entonces la varianza del activo *i* será:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2$$

3. La covarianza entre los términos ε_i correspondientes a dos activos es igual a cero.

$$Cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$$

Gracias a esta hipótesis, los cálculos a realizar en el Modelo de Mercado de Sharpe se simplifican respecto a los del modelo de Markowitz. Para este último, la covarianza entre dos activos podía ser distinta de cero y, por tanto, debía ser calculada. En cambio, en el modelo de Sharpe, las rentabilidades de dos activos son independientes entre sí ya que dichas rentabilidades únicamente dependen de las características de la empresa en cuestión y de la sensibilidad con el mercado.

4. El modelo de Sharpe también se basa en dos hipótesis en las que se basaba el modelo de Markowitz. La primera de ellas supone que se invierte todo el presupuesto disponible para la creación de la cartera:

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$$

El segundo supuesto es que no se puede invertir una cantidad negativa en un activo:

$$w_i > 0$$

Una vez presentadas las hipótesis del modelo de Sharpe, las variables que deberán calcularse para determinar una cartera óptima son varias. Primero hay que calcular la rentabilidad esperada y la volatilidad del índice. Hay que remarcar que estas dos variables tendrán un valor que es independiente del número de activos que compongan la cartera del inversor. Para cada activo individual se deberán calcular los valores α_i, β_i, y σ_ε^2.

A continuación se presenta una tabla comparativa entre los parámetros a obtener según los modelos de Sharpe y de Markowitz. Obsérvese que a) una cartera con menos de 4 activos requiere calcular menos parámetros con el modelo de Markowitz; b) con 4 activos el número de parámetros a calcular es el mismo para cada modelo, y c) a partir de 4 activos resulta más sencillo utilizar el modelo de Sharpe debido a que se requiere un número menor de cálculos.

	Sharpe						**Markowitz**
N.º activos de la cartera	$E(r_m)$	σ_m	α_i	β_i	σ_ε	**Total**	**N. total de parámetros**
2	1	1	2	2	2	8	5
3	1	1	3	3	3	11	9
4	1	1	4	4	4	14	14
5	1	1	5	5	5	17	20
...	…	…	...	...	...	…	...
100	1	1	100	100	100	302	5.150
...	…	…	...	...	...	…	...
n	1	1	n	n	n	3n+2	$\frac{n^2+3n}{2}$

5.2. Beta de un activo y de una cartera

5.2.1. *Concepto de beta y beta de un activo*

El concepto de beta es una de las principales diferencias entre los modelos de Markowitz y de Sharpe. Si bien ambos modelos tienen como objetivo la creación de una cartera óptima, el modelo de Markowitz se centra en (estudiar y optimizar) la relación rentabilidad-volatilidad mientras que el modelo de Sharpe se centra en (el análisis y optimización de) la relación rentabilidad-beta.

El coeficiente beta mide la sensibilidad o la variación de la rentabilidad de un activo con respecto a la variación de la rentabilidad del índice de mercado y se define como:

$$\boxed{\beta_i = \frac{\mathrm{cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}}$$

donde:

β_i = Coeficiente beta (o simplemente beta) del activo *i*
r_i = Rentabilidad del activo *i*

r_m = Rentabilidad del índice de mercado *M*
σ_m^2 = Varianza del índice de mercado *M*

Teniendo en cuenta esta expresión, es interesante señalar dos casos particulares:

1. El coeficiente beta del activo libre de riesgo es igual a cero.
2. El coeficiente beta del índice de mercado es igual a uno.

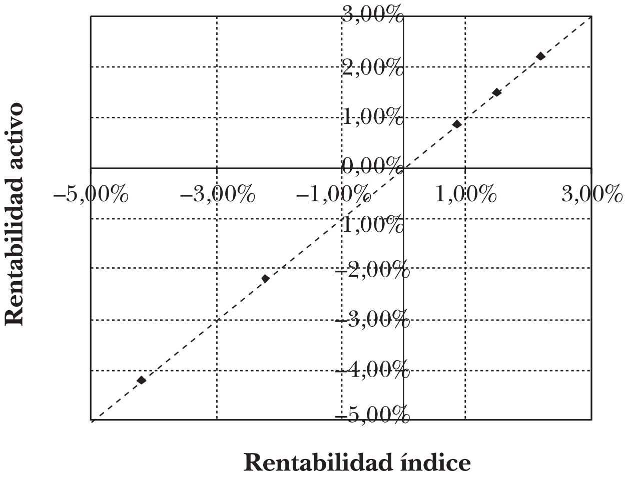
Para comprender mejor el concepto de beta se utilizarán los siguientes activos y el siguiente índice:

	Índice	**Activo 1**	**Activo 2**	**Activo 3**	**Activo 4**
1 marzo	–4,20%	–4,20%	4,20%	–3,57%	–5,04%
2 marzo	1,50%	1,50%	–1,50%	1,28%	1,80%
3 marzo	2,20%	2,20%	–2,20%	1,87%	2,64%
4 marzo	0,85%	0,85%	–0,85%	0,72%	1,02%
5 marzo	–2,20%	–2,20%	2,20%	–1,87%	–2,64%

Entonces, si la rentabilidad del activo sigue un comportamiento parecido al índice de mercado y los valores de la rentabilidad son similares en magnitud que los del mercado, el coeficiente beta será cercano a 1. Según el ejemplo, éste es el caso del activo 1, cuyo comportamiento es exacto al del índice.

Gráficamente:

$\beta = 1$

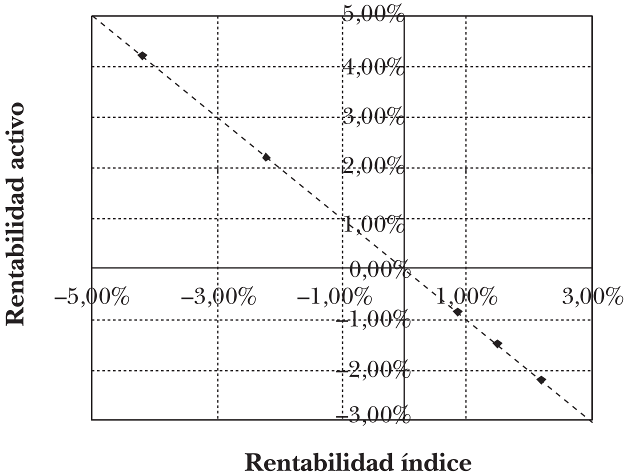


La línea de puntos diagonal representa un activo con beta exactamente igual a 1. Como el activo 1 tiene beta igual a 1, sus puntos se encuentran justo sobre dicha línea.

Si, por el contrario, la rentabilidad del activo tiene un comportamiento parecido a la del índice pero toma signo contrario, estaremos delante de un activo con beta igual a –1. Ésta es la situación que encontramos en el beta del activo 2.

Gráficamente:

$\beta = -1$



No obstante, las rentabilidades del activo raramente toman los mismos valores que las del índice. Por tanto, de manera habitual, se encontrarán betas distintas a 1.

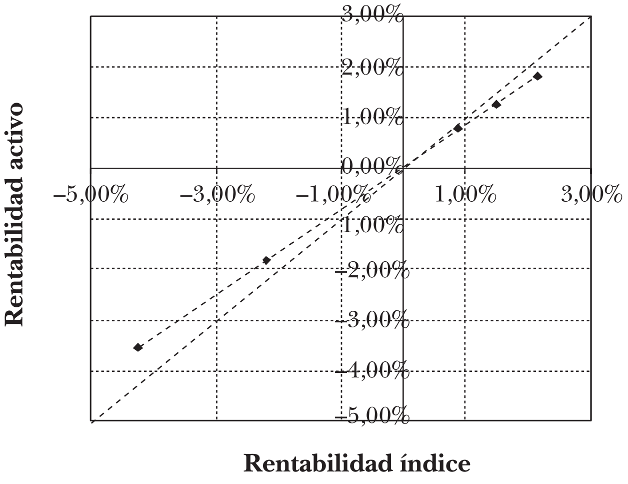
En el caso del activo 3 se puede comprobar que el valor de coeficiente beta es igual a 0,85. Esto significa que las rentabilidades del activo 3 siguen un camino parecido al del índice (relación positiva entre ambos), aunque toman valores menores.

El que las rentabilidades del activo sean menores que las del índice significa que, cuando sube el índice, el activo también lo hace pero en menor medida y, cuando el índice baja, el activo también baja pero en menor medida. Entonces puede decirse que la volatilidad del activo es menor que la del índice y, por consiguiente, su riesgo es menor. Por tanto, los activos con betas positivos y menores a 1 tienen menos riesgo que el índice. ¿Sucede esto también para los activos cuyos betas cumplen $-1 < \beta < 0$?

La respuesta es que sí. Estos activos también tienen menor riesgo que el índice, siendo la única diferencia que se comportan de manera contraria al mercado.

La gráfica de las rentabilidades del activo 3 respecto a las de índice es:

β = 0,85

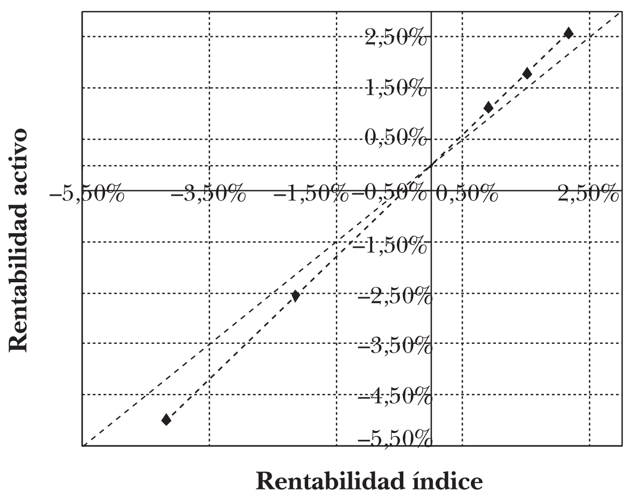


Si se observa el gráfico, se ve que las rentabilidades del activo 3 toman valores menores a la línea diagonal que indica un activo con beta igual a 1. En el cuadrante positivo los valores se sitúan por debajo de la línea diagonal y en el cuadrante negativo por encima de dicha diagonal

Otra situación interesante es cuando un activo tiene un coeficiente beta superior a 1. Ésta es la situación del activo 4, cuyo beta es igual a 1,20. Esto significa que el activo sigue un comportamiento igual al del índice pero los valores de las rentabilidades son mayores. Por tanto, su riesgo también será mayor.

Gráficamente el activo 4 se representaría de la siguiente manera:

β = 1,20



En el caso de un activo con beta $\beta < -1$ también significa que el activo tiene más riesgo que el índice, aunque en este caso sigue una tendencia contraria al índice.

Como conclusión, tenemos las siguientes posibilidades:

- $\beta_i > 0$. Las rentabilidades del activo *i* tienen una relación positiva con las rentabilidades del mercado. Es decir, subidas en el mercado tienden a producir subidas en el activo.
- $\beta_i < 0$. Las rentabilidades del activo *i* tienen una relación negativa con las rentabilidades del mercado. Es decir, subidas en el mercado tienden a producir bajadas en el activo.

Y tomando beta (β) en valor absoluto,[15] se llega a las siguientes conclusiones:

- $0 < \beta_i < 1$. Son activos defensivos. El riesgo de este activo es menor que el del índice. Este activo amortigua los cambios producidos en el índice.
- $\beta_i = 1$. Son activos con cambios iguales al índice. El riesgo es el mismo que el del índice.
- $\beta_i > 1$. Son activos agresivos El riesgo es mayor que el del índice. Es decir, este activo amplifica los cambios producidos en el índice.

Si un gestor de carteras intuye que el mercado aumentará un 5%, ¿qué estrategia puede llevar a cabo?

Si el gestor espera una subida en el índice de mercado deberá comprar acciones con betas superiores a 1. De este modo las acciones se revalorizarán más que el mercado, logrando así una rentabilidad extra.

Si por el contrario, este gestor cree que el índice de mercado disminuirá un 5%, la estrategia que deberá llevar a cabo es la compra de acciones con betas negativas. Así logrará obtener rentabilidades positivas cuando el mercado obtenga rentabilidades negativas. Si no es posible comprar acciones con betas negativas, éstas deberán tener betas positivas e inferiores a 1. De este modo, si el índice pierde un 5%, las acciones perderán menos que dicho índice.

15. El valor absoluto de un número es ese número sin tener en cuenta su signo. Por ejemplo, valor absoluto de –1 es 1, de –0,8 es 0,8 y de –2 es 2.

5.2.2. *Beta de una cartera*

En el apartado anterior se ha descrito, calculado e interpretado la beta de un activo individual. A continuación se expondrá el concepto de beta de una cartera.

Supóngase una cartera compuesta por dos activos, activo 1 y activo 2, cuyos pesos en la cartera son, respectivamente, $w_1 = 75\%$ y $w_2 = 25\%$ $(w_1 + w_2 = 100\%)$. Adicionalmente suponemos que los betas de estos activos son, respectivamente, $\beta_1 = 0{,}85$ y $\beta_2 = 1{,}20$.

Finalmente la rentabilidad esperada del índice es de 3,70% y las rentabilidades de estos dos activos son:

	Activo 1	Activo 2	Probabilidad
Escenario 1	7%	9%	60%
Escenario 2	–2%	–3%	40%

La rentabilidad esperada de los dos activos será:

$$E(r_1) = p_1 r_{11} + p_2 r_{12} = 0{,}60 \cdot 7\% + 0.40 \cdot (-2\%) = 3{,}40\%$$
$$E(r_2) = p_1 r_{21} + p_2 r_{22} = 0{,}60 \cdot 9\% + 0.40 \cdot (-3\%) = 4{,}20\%$$

Una vez se tienen las rentabilidades esperadas de los activos, se procede a calcular sus rentabilidades. La rentabilidad de un activo según el modelo de Sharpe se define como:

$$r_i = \alpha_i + \beta_i \times r_m + \varepsilon_i$$

Luego, la rentabilidad esperada de un activo es igual a:

$$E(r_i) = \alpha_i + \beta_i \times E(r_m)$$

Donde $E(\varepsilon_i) = 0$.
Una vez se tienen las rentabilidades esperadas, tanto del activo como del índice de mercado, la única incógnita son los valores α para estos dos activos.

Activo 1
$E(r_1) = \alpha_1 + \beta_1 \times E(r_m)$
$3{,}40\% = \alpha_1 + 0{,}85 \times 3{,}70\%$
$\alpha_i = 3{,}40\% - 0{,}85 \times 3{,}70\% = 0{,}255$

Activo 2
$E(r_2) = \alpha_2 + \beta_2 \times E(r_m)$
$4{,}20\% = \alpha_2 + 1{,}20 \times 3{,}70\%$
$\alpha_2 = 0{,}24$

Una vez se han encontrado los parámetros y las esperanzas de las rentabilidades para estos activos, sólo falta calcular la rentabilidad esperada de la cartera, que es igual al producto de las rentabilidades esperadas de los activos por sus pesos.

$$E(r_c) = w_1 E(r_1) + w_2 E(r_2) = w_1 E(r_1) + (1 - w_1) E(r_2)$$
$$E(r_c) = 0{,}75 \times 3{,}4\% + 0{,}25 \times 4{,}20\% = 3{,}6\%$$

Igualmente la rentabilidad esperada de la cartera puede calcularse del siguiente modo.

$$\begin{aligned} E(r_c) &= w_1E(r_1) + w_2E(r_2) = \\ &= w_1\left[\alpha_1 + \beta_1E(r_m)\right] + w_2\left[\alpha_2 + \beta_2E(r_m)\right] = \\ &= w_1\alpha_1 + w_1\left[\beta_1E(r_m)\right] + w_2\alpha_2 + w_2\left[\beta_2E(r_m)\right] = \\ &= w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2 + w_1\left[\beta_1E(r_m)\right] + w_2\left[\beta_2E(r_m)\right] \end{aligned}$$

Nótese que la rentabilidad esperada de la cartera es:

$$E(r_c) = \alpha_c + \beta_c \times E(r_m)$$

Igualando las dos ecuaciones se llega a la siguiente expresión:

$$E(r_c) = \alpha_c + \beta_c \times E(r_m) = w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2 + w_1\left[\beta_1E(r_m)\right] + w_2\left[\beta_2E(r_m)\right]$$

Luego se obtienen las siguientes igualdades:

$$\alpha_c = w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2$$
$$\beta_c = w_1\beta_1 + w_2\beta_2$$

Por tanto, el coeficiente beta de una cartera es igual a la suma ponderada de los coeficientes beta de los activos incluidos en esa cartera.

En el ejemplo empleado, el coeficiente beta de la cartera será igual a:

$$\beta_c = w_1\beta_1 + w_2\beta_2 = 0{,}75 \times 0{,}85 + 0{,}25 \times 1{,}20 = 0{,}9375$$

En el caso general de una cartera que incluye *n* activos, la rentabilidad esperada de la cartera será igual a la suma ponderada de las rentabilidades esperadas de estos activos. El valor α de la cartera será la suma ponderada de los valores α de los activos y el parámetro β de la cartera será igualmente la suma ponderada de los parámetros β de los activos.

$$\boxed{\begin{aligned} E(r_c) &= \sum_{i=1}^{n} w_iE(r_i) \\ \alpha_c &= \sum_{i=1}^{n} w_i\alpha_i \\ \beta_c &= \sum_{i=1}^{n} w_i\beta_i \end{aligned}}$$

5.3. Riesgo sistemático y riesgo específico

En el apartado anterior se ha analizado la rentabilidad de un activo según el modelo de mercado de Sharpe. En este apartado se hará una descripción del riesgo del activo según este modelo. Para ello se partirá del riesgo de un activo para comprender el riesgo de una cartera y, finalmente, se realizará una descomposición del riesgo en dos partes (riesgo sistemático y riesgo específico) para determinar qué cantidad de cada tipo de riesgo tiene un activo o una cartera.

5.3.1. *Riesgo de un activo*

Como se ha definido anteriormente, el riesgo sistemático es el riesgo inherente al mercado, aquel riesgo que posee un activo como consecuencia del impacto de las variables macroeconómicas. Estas variables no pueden ser controladas por la empresa, pues todas poseen este tipo de riesgo. No obstante, el impacto del riesgo del mercado no es el mismo para todas las empresas pues afectará a unas de una forma mayor que a otras.

El riesgo sistemático del mercado es la volatilidad del índice de mercado, σ_m, mientras que el impacto de este riesgo sobre la empresa se mide por el parámetro β.

Aunque el riesgo de una empresa depende del riesgo sistemático, éste también depende del riesgo específico de la empresa pues se ve afectado por la actividad propia de ésta. Supóngase que tenemos dos empresas exactamente iguales con el mismo coeficiente beta, β. La primera de estas empresas es gestionada por un gestor totalmente responsable cuyo objetivo es el control de costes y el crecimiento sostenible. La segunda empresa está gestionada por un empresario totalmente despreocupado. Analizando el coeficiente beta, ambas empresas poseen el mismo riesgo, pero ¿realmente es así? La respuesta es negativa pues la empresa con el directivo despreocupado tendrá mayor riesgo que la del directivo responsable. Por tanto, en este caso, el riesgo específico de cada empresa es distinto.

Como medida del riesgo total de un activo, en este caso el de una empresa, se utilizará la volatilidad. Partiendo de la rentabilidad esperada del activo, se va a calcular la volatilidad:

$$E(r_i) = \alpha_i + \beta_i \times E(r_m) + E(\varepsilon_i)$$

Recuérdese que el parámetro α_i es una constante y, por tanto, su varianza es cero. Entonces, la varianza de este activo será:

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2 + 2\beta_i \operatorname{cov}(r_m, r_\varepsilon)$$

Según las hipótesis del modelo de Sharpe, se tiene que cov(r_m,r_ε) = 0. Por tanto, la varianza del activo vendrá definida por:

$$\boxed{\sigma_i^2 = \beta_i^2\sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2}$$

Donde:
σ_i^2 = Varianza del activo
σ_m^2 = Varianza del índice de mercado
σ_ε^2 = Varianza del término ε
β_i^2 = Beta del activo

Para el cálculo de la volatilidad del activo únicamente se debería calcular la raíz cuadrada de la varianza:

$$\sigma_i = \sqrt{\beta_i^2\sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2}$$

Recapitulando, el riesgo de un activo depende de su riesgo sistemático y de su riesgo específico. Si el riesgo sistemático se ha definido como el riesgo del índice del mercado, el riesgo sistemático que asume el activo (medido en términos de varianza) es igual a $\beta_i^2\sigma_m^2$ y, por tanto, el riesgo específico es σ_ε^2.

A modo de resumen:

σ_i	Riesgo total del activo *i*. Es el resultado de la suma del riesgo específico y el riesgo sistemático que tenga el activo *i*.
σ_m	Riesgo del índice de mercado. Es el riesgo sistemático existente en el mercado y es el mismo para todos los activos.
β_i	Es el nivel de sensibilidad de la rentabilidad esperada del activo *i* respecto a la del índice de mercado. En función de su valor, el riesgo sistemático de este activo será mayor o menor.
$\beta_i\sigma_m$	Riesgo sistemático que tiene el activo *i*.
σ_ε	Riesgo específico del activo *i*. Es la volatilidad debida a factores no explicados por el mercado. Este riesgo es distinto para cada activo.

Ejemplo 1

Supongamos que la volatilidad del mercado es del 22% y las de los activos 1 y 2 son, respectivamente, 20% y 30% y que la beta del activo 1 es 0,85 y del activo 2, 1,20. Determinar el riesgo sistemático y específico de los activos 1 y 2.

La volatilidad de un activo viene definida por $\sigma_i = \sqrt{\beta_i^2\sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2}$

• Activo 1: Tenemos $\sigma_i = 20\%, \beta_i = 0,85, \sigma_m = 22\%$

El riesgo sistemático es $\beta_i^2 \sigma_m^2 = (0,85)^2 (22\%)^2 = (18,7\%)^2 = 349,69(\%)^2$

El riesgo específico es

$$\sigma_i^2 = \beta_i^2 \sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2 \Rightarrow (20\%)^2 = (0,85)^2 (22\%)^2 + \sigma_\varepsilon^2$$
$$\Rightarrow \sigma_\varepsilon^2 = (20\%)^2 - (18,7\%)^2 = 400(\%)^2 - 349,69(\%)^2 = 50,31(\%)^2$$
$$\Rightarrow \sigma_\varepsilon = 7,09\%$$

• Activo 2: Tenemos $\sigma_i = 30\%, \beta_2 = 1,20, \sigma_m = 22\%$

El riesgo sistemático es

$$\beta_2^2 \sigma_m^2 = (1,20)^2 (22\%)^2 = (26,4\%)^2 = (30\%)^2 - (26,4\%)^2 =$$
$$= 900(\%)^2 - 696,96(\%)^2 = 696,96(\%)^2$$

El riesgo específico es

$$\sigma_2^2 = \beta_2^2 \sigma_m^2 + \sigma_\varepsilon^2 \Rightarrow (30\%)^2 = (1,20)^2 (22\%)^2 + \sigma_\varepsilon^2$$
$$\Rightarrow \sigma_\varepsilon^2 = (30\%)^2 - (26,4\%)^2 = 900(\%)^2 - 696,96(\%)^2 =$$
$$\Rightarrow \sigma_2 = 14,25\%$$

5.3.2. *Riesgo de una cartera*

En apartados anteriores se ha comentado que en el modelo de mercado de Sharpe la rentabilidad de una cartera viene definida como:

$$E(r_c) = \alpha_c + \beta_c \times E(r_m) + E(\varepsilon_c)$$

De manera similar a lo sucedido en el caso de un activo, $E(\varepsilon_c)$ es igual a cero y α_c es una constante.

Por tanto, la varianza de la cartera da como resultado la expresión

$$\sigma_c^2 = \beta_c^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon c}^2 + \operatorname{cov}(r_m, r_{\varepsilon c})$$

Como la rentabilidad del índice del mercado y el término ε no están correlacionados, la expresión final para la varianza de la cartera es:

$$\boxed{\sigma_c^2 = \beta_c^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon c}^2}$$

La volatilidad de esta cartera es la raíz cuadrada de la varianza.

$$\sigma_c = \sqrt{\beta_c^2 \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon c}^2}$$

Para encontrar la varianza de la cartera se deberá calcular el coeficiente beta de la cartera. Como se ha visto anteriormente, el beta de la cartera es la suma ponderada de los betas de los activos que la componen:

$$\beta_c = \sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i$$

Análogamente, el término ε de una cartera es la suma ponderada de los términos ε de los activos que la componen.

$$\varepsilon_c = \sum_{i=1}^{n} w_i \varepsilon_i$$

Utilizando ambas igualdades, puede reescribirse la varianza de una cartera del siguiente modo:

$$\sigma_c^2 = \sigma_m^2 \left(\sum_{i=1}^{n} w_i \beta_i \right)^2 + \sum_{i=1}^{n} w_i^2 \sigma_{\varepsilon i}^2$$

Por tanto, de manera similar a lo comentado para un activo, la volatilidad de una cartera se compone de riesgo sistemático y de riesgo específico.

A pesar que el modelo de Sharpe no utiliza la covarianza de los activos para calcular la volatilidad de la cartera, ésta puede calcularse. Para ello se utilizarán los betas de los activos.

$$\text{cov}\,[E(r_i), E(r_j)] = \text{cov}\,[\beta_i E(r_m), \beta_j E(r_m)] = \beta_i \beta_j \text{cov}\,[E(r_m), E(r_m)] = \beta_i \beta_j \sigma_m^2$$

Esta expresión indica que para calcular la covarianza entre dos activos sólo es necesario calcular los betas de dichos activos y la varianza del mercado.

Una vez definido el riesgo de una cartera, las preguntas que caben plantearse son:

–¿Puede reducirse este riesgo?
–¿Puede llegar a ser cero?

Ambas preguntas tienen una respuesta afirmativa. Pero vayamos por partes. Comenzando con la primera pregunta veremos que el riesgo de una cartera puede reducirse mediante la diversificación. Es decir, si el número de activos que componen una cartera aumenta, el riesgo de dicha cartera se verá reducido.

Para demostrarlo se partirá de la varianza de una cartera en la que se realizan los siguientes supuestos:

1. Los activos están invertidos en igual proporción: $w_i = 1/n$.
2. El valor de beta es el mismo para todos los activos. $\beta_1 = \beta_2 = ... = \beta_n$.
3. La varianza de los términos aleatorios asociados a estos activos es igual para dichos activos.

$$\sigma_c^2 = \beta_c^2\sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon c}^2$$

Entonces, utilizando estos supuestos, se obtienen las siguientes conclusiones.

$$\beta_c = \sum_{i=1}^{n} w_i\beta_i = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\beta_i = \frac{1}{n}n\beta_i = \beta_i$$

Es decir, el beta de la cartera es igual al beta del activo.

$$\sigma_{\varepsilon c}^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{n}\right)^2\sigma_{\varepsilon i}^2 = \frac{1}{n^2}\sum_{i=1}^{n}\sigma_{\varepsilon i}^2 = \frac{1}{n^2}n\sigma_{\varepsilon i}^2 = \frac{\sigma_{\varepsilon i}^2}{n}$$

Por tanto, la varianza de la cartera es igual a la expresión:

$$\boxed{\sigma_c^2 = \beta_c^2\sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon c}^2 = \beta_i^2\sigma_m^2 + \frac{1}{n}\sigma_{\varepsilon i}^2}$$

En consecuencia, tenemos que el riesgo total de la cartera se puede descomponer en dos términos:

a) Riesgo sistemático $= \sqrt{\beta_i^2\sigma_m^2} = \beta_1\sigma_m$

b) Riesgo específico $= \sqrt{\frac{1}{n}\sigma_{\varepsilon i}^2} = \sqrt{\frac{1}{n}}\sigma_{\varepsilon i}$

Así tenemos que, cuando el número de activos aumenta, la varianza de la cartera tiende a ser igual a:

$$\sigma_c^2 = \beta_i^2\sigma_m^2$$

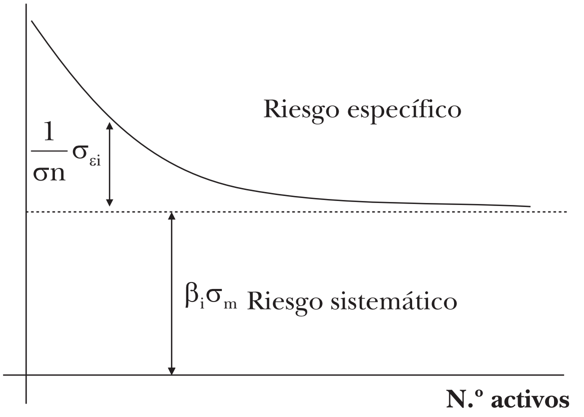
La volatilidad de esta cartera será la raíz cuadrada de su varianza:

$$\sigma_c = \beta_i\sigma_m$$

Por tanto, gracias a la diversificación, la volatilidad de la cartera puede reducirse. Utilizando la definición de riesgo específico y riesgo sistemático, mediante la diversificación se reduce el riesgo específico, $\sigma_{\varepsilon i}$.

Es interesante señalar que la diversificación de una cartera permite reducir el riesgo específico pero no puede reducirse el riesgo sistemático.

De manera gráfica:



Puede observarse que, gracias a la diversificación, el riesgo específico puede reducirse pues dicho riesgo disminuye a medida que aumenta el número de activos de la cartera, mientras que el riesgo sistemático no.

Ejemplo 2

Siguiendo el ejemplo anterior, se calculará el riesgo específico y el riesgo sistemático de la cartera donde la volatilidad del mercado es 22% y los datos de los dos activos son los siguientes:

	σ_i	σ_ε	β_i	**Peso**
Activo 1	20%	1,30%	0,85	75%
Activo 2	30%	3,60%	1,20	25%

El primer paso que debe realizarse es el cálculo del beta de la cartera:

$$\beta_c = w_1\beta_1 + w_2\beta_2 = 0,75\times 0,85 + 0,25\times 1,20 = 0,9375$$

Una vez calculado el coeficiente beta de la cartera, el riesgo sistemático es:

$$\beta_c^2\sigma_m^2 = (0,9375)^2(22\%)^2 = 425,39(\%)^2$$

El riesgo específico es:

$$\sigma_{\varepsilon c}^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(w_i\sigma_{\varepsilon i}\right)^2 = \left(0,75\times 1,30\right)^2 + \left(0,25\times 3,60\right)^2 = 1,76(\%)^2$$

$$\sigma_{\varepsilon c} = \sqrt{1,76(\%)^2} = 1,32\%$$

El riesgo total de la cartera es la suma del riesgo específico y el riesgo sistemático:

$$1,76(\%)^2 + 425,39(\%)^2 = 427,15(\%)^2$$

Por tanto, la volatilidad de esta cartera es igual al 20,66% ($\sqrt{427,15(\%)^2}$).

El riesgo que puede eliminarse mediante diversificación es, en términos de volatilidad, el 1,32%.

Si se quisiera determinar la covarianza entre los activos 1 y 2, se procedería a multiplicar las betas de los dos activos por la varianza del mercado:

$$\mathrm{cov}\big(E(r_1), E(r_2)\big) = \beta_1\beta_2\sigma_m^2 = 0,85 \cdot 1,20 \cdot (22\%)^2 = 493,68(\%)^2 \rightarrow 0,049368$$

Una vez obtenida la covarianza, se puede calcular el coeficiente de correlación:

$$\rho_{12} = \frac{\sigma_{12}}{\sigma_1\sigma_2} = \frac{0,049368}{0,20 \cdot 0,30} = 0,8228$$

La segunda cuestión planteada previamente era si se podía llegar a obtener una cartera con volatilidad cero. La respuesta es afirmativa.

Como se ha visto, el riesgo específico puede eliminarse mediante diversificación, por lo que queda eliminar el riesgo sistemático. Éste se eliminará si la suma de los coeficientes beta de los activos que forman la cartera es igual a cero. Por tanto, si se combinan activos con betas positivos con activos con betas negativos puede llegar a eliminarse por completo el riesgo de una cartera.

No obstante, en la práctica, la gran mayoría de activos poseen un coeficiente beta positivo implicando que, por muy pequeño que sea dicho beta, una cartera bien diversificada tendrá riesgo.

Capítulo 6

CAPM (*Capital Asset Pricing Model*)

6.1. CAPM (*Capital Asset Pricing Model*)

El modelo CAPM es ampliamente utilizado en el mundo de las finanzas. En este modelo se determina la relación existente entre el precio de un activo y el riesgo asumido por dicho activo. Gracias a este modelo se puede determinar qué rentabilidad se espera de un activo en función del riesgo al que se enfrenta su poseedor.

En el presente apartado se describirá el CAPM partiendo del modelo de mercado de Sharpe, explicando el concepto de prima de riesgo de un activo y la rentabilidad mínima exigida a un activo. Finalmente se compararán la línea de mercado de títulos (SML) y la línea de mercado de capitales (CML).

6.2. Supuestos del modelo

El modelo CAPM fue desarrollado por Willam Sharpe, John Lintner y Jan Mossin en 1964 y parte del modelo de mercado de Sharpe y del modelo de Markowitz.

El objetivo del modelo CAPM es, **suponiendo condiciones de equilibrio,** determinar la rentabilidad que debe ofrecer un activo o una cartera en función de su nivel de riesgo. Veremos que, bajo este modelo, la rentabilidad esperada de un activo viene expresada por:

Donde:

$$\boxed{E(r_i) = r_f + \beta_i \left(E(r_m) - r_f\right)}$$

$E(r_i)$ = Rentabilidad esperada del activo *i*
r_f = Rentabilidad del activo libre de riesgo
β_i = Coeficiente beta del activo *i*
$E(r_m)$ = Rentabilidad esperada del índice de mercado

Este modelo realiza diversos supuestos sobre los mercados y sobre los inversores.

6.2.1. *Supuestos sobre los mercados*

1. Solamente existen **dos tipos de activos**: los activos arriesgados y un activo libre de riesgo.
2. El activo libre de riesgo tiene un rendimiento constante, seguro y conocido a priori.
3. La oferta de activos está dada y estos activos son perfectamente divisibles.
4. Los **mercados son competitivos**. Es decir, se supone que ningún miembro del mercado tiene el suficiente poder monopolístico como para determinar de manera unilateral los precios de los activos.
5. Los mercados **son perfectos**. Esto quiere decir que:
   - Los costes de transacción (comisiones por compra/venta de activos) son nulos.
   - Mismo tipo de interés para prestar o para pedir prestado.
   - Los impuestos son nulos (o, alternativamente, son homogéneos para todos los inversores).
   - No hay restricciones a la venta al descubierto.

6.2.2. *Supuestos sobre los inversores*

6. Todos los inversores tienen el **mismo horizonte temporal** de inversión. Este horizonte temporal viene determinado por dos instantes, inicial y final. En el momento inicial se negocian (compran/venden) los activos (se realiza la selección de la cartera) y en el momento final se reciben los pagos de los activos y se consume.

   Esto implica que los inversores no tengan en cuenta lo que ocurrirá más allá de este horizonte.
7. Los inversores pueden endeudarse o invertir a una tasa de interés igual a la del activo libre de riesgo.
8. Los inversores **invierten toda su riqueza** en los activos del mercado. La riqueza individual de un inversor determinado es pequeña en comparación con la riqueza total de la economía. Esto hace que ningún inversor tenga el dinero suficiente para poder incidir en el precio y, como consecuencia, el precio de cada activo es el precio de equilibrio. En otras palabras, los inversores son precioaceptantes.

9. **Las preferencias de los inversores son de tipo «media-varianza»**. Esto quiere decir que todos los inversores optimizan sus expectativas de rentabilidad mediante el modelo media-varianza, por lo que utilizarán el modelo de selección de carteras de Markowitz.
10. El **objetivo de los inversores es** elegir las carteras que maximizan la utilidad esperada de su riqueza final.
11. **Los inversores tienen expectativas homogéneas**. Para realizar sus inversiones utilizan el mismo método de análisis y tienen las mismas expectativas sobre las variables macroeconómicas y sobre las distribuciones estadísticas de los rendimientos de los diferentes activos.

Basándose en estas hipótesis, la cartera óptima de la que partirán todos los inversores será la misma. Es decir, si todos tienen expectativas homogéneas (hipótesis 11), las optimizan de igual modo (hipótesis 9) para el mismo horizonte temporal (hipótesis 6) y tienen a su disposición los mismos activos (hipótesis 1), llegarán a una única cartera óptima que hará que la línea CML sea tangente a la frontera eficiente. En otras palabras, esta cartera será la que maximiza la pendiente de la CML.

A continuación se van a explicar los pasos que permiten llegar a la fórmula del CAPM partiendo del modelo de Sharpe. Según este modelo, la rentabilidad de un activo viene dada por la siguiente igualdad:

$$r_i = \alpha_i + \beta_i \times r_m + \varepsilon_i$$

Por tanto, la rentabilidad esperada de un activo es igual a

$$E(r_i) = \alpha_i + \beta_i \times E(r_m)$$

Siendo α_i la rentabilidad mínima que se le exige a un activo.

Por tanto, para activos con beta positivo la rentabilidad esperada de dicho activo debe ser superior al coeficiente α_i. Además, puesto que estos activos tiene un beta superior al activo libre de riesgo, su rentabilidad esperada debe ser superior a la rentabilidad (segura) del activo libre de riesgo.

Esto NO implica que el coeficiente α_i sea –necesariamente– igual a la rentabilidad del activo libre de riesgo. Veamos esto con más detalle:

Podemos analizar dos casos particulares en la expresión que indica la rentabilidad esperada del activo:

1. **Activo libre de riesgo**

El coeficiente beta de este activo es igual a cero. Por tanto, tenemos:

$$r_f = E(r_i) = \alpha_i + \beta_i \times E(r_m) = \alpha_i$$

Por tanto, en este caso, el coeficiente es igual a la rentabilidad del activo libre de riesgo:

$$\alpha_i = r_f$$

2. Cartera de mercado

El coeficiente beta de la cartera de mercado es igual a uno. Por tanto, tenemos:

$$E(r_m) = \alpha_i + \beta_i \times E(r_m) = \alpha_i + \times E(r_m)$$

En este caso, el coeficiente es igual a cero. Por consiguiente, este coeficiente NO coincide necesariamente con la rentabilidad del activo libre de riesgo.

Es decir, el coeficiente α_i puede tomar diferentes valores en función del beta del activo. En general, se cumple la relación

$$\alpha_i = r_f(1-\beta_i)$$

Sustituyendo esta expresión en la rentabilidad esperada del activo, obtenemos que la rentabilidad esperada de un activo viene dada por

$$E(r_i) = \alpha_i + \beta_i \times E(r_m) = r_f(1-\beta_i) + \beta_i \times E(r_m) = r_f + \beta_i [E(r_m) - r_f]$$

De manera análoga, se comprueba que la rentabilidad esperada de una cartera se puede expresar como[16]:

$$E(r_c) = r_f + \beta_c \times E(r_m)$$

A continuación veremos que –SI LOS MERCADOS ESTÁN EN EQUILIBRIO– todos los activos en la economía cumplen esta relación. Las dos etapas a seguir son las siguientes:

1. **Las carteras situadas en la CML cumplen esta relación**

Estas carteras invierten una proporción en el índice de mercado y el resto en el activo libre de riesgo. La rentabilidad esperada y el beta de esta cartera son, respectivamente, los siguientes[17]:

$$E(r_c) = \alpha_c E(r_m) + (1-\alpha_c) r_f = r_f + \alpha_c (E(r_m) - r_f)$$
$$\beta_c = \alpha_c \beta_m + (1-\alpha_c)\beta_f = \alpha_c$$

16. Estas igualdades son consecuencia directa del hecho de que la rentabilidad esperada y el beta de una cartera son media ponderada de las rentabilidades esperadas y de los betas de los activos que incluye dicha cartera.

17. La primera igualdad es consecuencia inmediata de que la rentabilidad esperada de una cartera es media ponderada de las rentabilidades esperadas de los activos que incluye. La segunda igualdad utiliza un resultado similar para el coeficiente beta y los valores de los betas para el índice de mercado y para el activo libre de riesgo.

Sustituyendo el valor de beta en la expresión de la rentabilidad esperada, obtenemos que cualquier activo de la CML debe cumplir:

$$E(r_c) = r_f + \beta_c (E(r_m) - r_f)$$

2. **Utilizaremos un argumento de arbitraje para comprobar que TODOS los activos deben cumplir esta relación.**

Consideramos una acción (por ejemplo, Telefónica) cuya rentabilidad esperada y beta son, respectivamente, $E(r_{TEL})$ y β_{TEL}.

a) Supongamos que existe una cartera P en la CML con el mismo riesgo pero mayor rentabilidad esperada que Telefónica:

$$E(r_P) > E(r_{TEL}), \beta_p = \beta_{TEL}$$

Todos los inversores mejoran su posición comprando la cartera P y vendiendo Telefónica pues suben su rentabilidad esperada sin cambiar el riesgo.

Si todos los inversores hacen esto, ¿qué sucede con los precios de la cartera P y de Telefónica? El precio de P sube (lo cual hace bajar su rentabilidad esperada) y el precio de Telefónica baja (lo cual hace subir su rentabilidad esperada). De hecho, los inversores negociarían con ambos activos hasta que ambas rentabilidades esperadas se igualen. Por tanto, esta negociación hace desaparecer esta oportunidad de arbitraje.

b) De manera análoga, supongamos que existe una cartera P en la CML con el mismo riesgo pero menor rentabilidad esperada que Telefónica:

$$E(r_P) < E(r_{TEL}), \beta_p = \beta_{TEL}$$

En este caso todos los inversores mejoran vendiendo la cartera P y comprando Telefónica pues suben su rentabilidad esperada sin cambiar el riesgo.

Estas compras y ventas hacen que la rentabilidad esperada de Telefónica baje hasta igualar la rentabilidad esperada de la cartera P, momento en que desaparece la oportunidad de arbitraje.

Luego, EN EQUILIBRIO, se deben cumplir las igualdades

$$E(r_P) = E(r_{TEL}), \beta_p = \beta_{TEL}$$

Por tanto, **cualquier activo de la economía** debe cumplir la igualdad

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_m) - r_f]$$

donde:

$$\beta_i = \frac{\text{Cov}(r_i, r_m)}{\text{Var}(r_m)}$$

En otras palabras, esta igualdad establece una relación (lineal) entre la rentabilidad esperada de un activo y su riesgo, medido por su coeficiente beta. La representación gráfica de esta relación vienen dada por la «línea del mercado de activos» (*Security Market Line*, SML).

6.3. Líneas CML y SML

En este apartado se explicarán las consecuencias de las líneas SML y CML. Para ello primero se describirá y comentará la línea SML y a continuación se expondrán las implicaciones de las dos líneas.

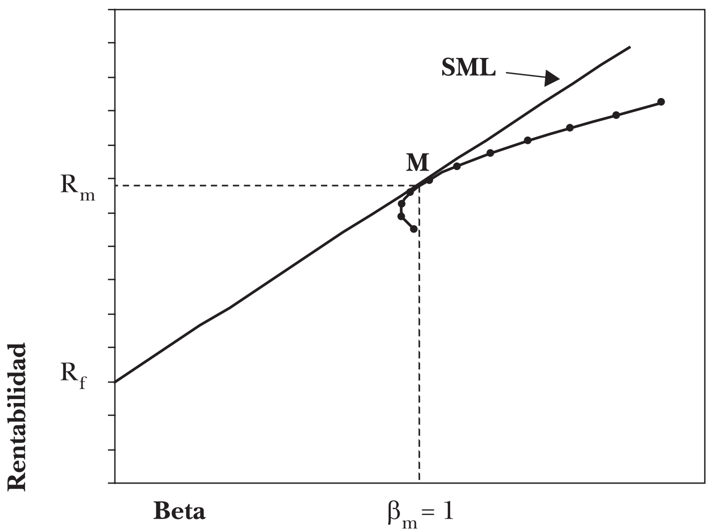
Como hemos comentado anteriormente, la *Security Market Line* (SML) o línea del mercado de activos es la recta que relaciona la rentabilidad esperada de una cartera (o de un activo) con su coeficiente beta.

Esta recta está formada por las combinaciones del activo libre de riesgo y la cartera del mercado. Esta línea parte del punto que indica la rentabilidad del activo libre de riesgo y es tangente a la frontera eficiente.

La línea SML viene dada por la ecuación

$$E(r_i) = r_f + \beta_i [E(r_m) - r_f]$$

Gráficamente la línea SML es la tangente a la frontera eficiente, y viene representada por:



En el gráfico puede observarse que todas las carteras óptimas estarán situadas sobre la línea SML. Estas carteras estarán compuestas por combinaciones de la cartera M y el activo libre de riesgo.

En función de su aversión al riesgo, los inversores elegirán un valor de beta u otro, pero la cartera elegida siempre estará situada sobre la SML.

En el caso de que una cartera se situase por encima de la línea SML significaría que la rentabilidad que se obtiene es superior a la rentabilidad según el modelo CAPM. Por tanto, esta cartera estará sobrevalorada y su rentabilidad tenderá a disminuir hasta situarse sobre la recta SML.

Si, por el contrario, una cartera se situase por debajo de la línea SML, significaría que la rentabilidad que se ofrece es menor que la rentabilidad que predice el modelo CAPM y, por tanto, ésta tendería a aumentar hasta situarse en la línea SML. En este caso la cartera estaría infravalorada.

Dicho gráfico también ilustra que la rentabilidad esperada es creciente (de manera lineal) con el coeficiente beta del activo. Con más detalle, tenemos lo siguiente:

- Los activos con beta inferior a uno proporcionan una rentabilidad esperada inferior a la del índice de mercado.
- Los activos con beta superior a uno proporcionan una rentabilidad superior a la del índice de mercado.

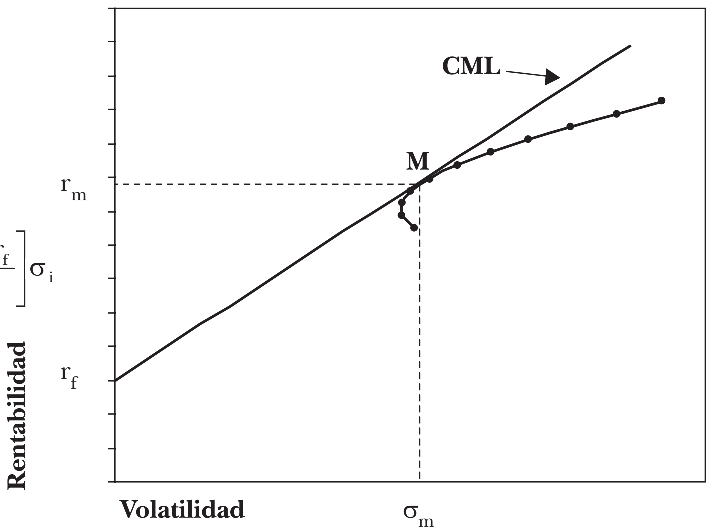
  Dichos activos combinan una inversión de más del 100% de la riqueza disponible en el índice de mercado. Por tanto, la inversión en este tipo de activos requiere pedir prestado (a un tipo de interés igual a la rentabilidad del activo libe de riesgo).

  En otras palabras, según este modelo la única alternativa para conseguir una rentabilidad superior a la del índice de mercado es pedir dinero prestado. Este apalancamiento hace posible –en términos esperados– batir al mercado.

A continuación se procederá a comparar la línea de mercado de capitales (CML) y la línea de mercado de títulos (SML).

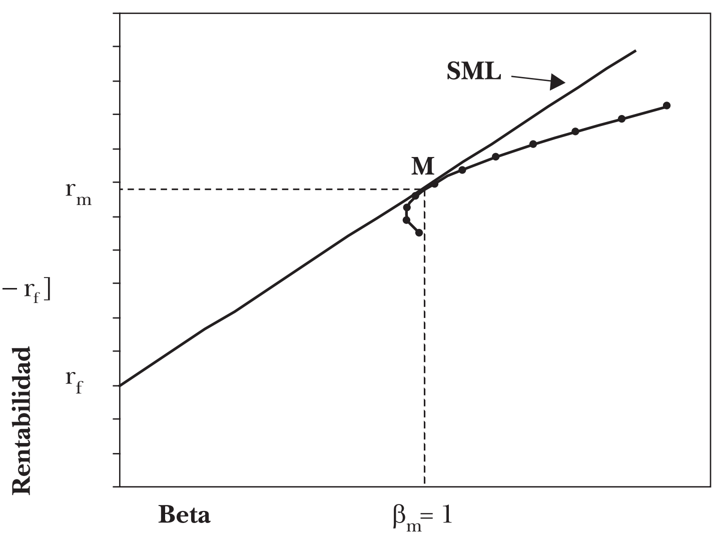
CML →

$$E(r_i) = r_f + \left[\frac{E(r_m) - r_f}{\sigma_m}\right]\sigma_i$$



SML →

$$E(r_i) = r_f + \beta_i\,[E(r_m) - r_f]$$



La siguiente tabla resume las principales características de ambas líneas:

	CML	SML
1. Modelo del que parte	Tobin-Markowitz	CAPM
2. Tipo de relación	Rentabilidad – volatilidad	Rentabilidad – beta
3. Medida del riesgo	Volatilidad (σ)	Beta (β)
4. Prima de riesgo mercado	$E(r_m) - r_f$	$E(r_m) - r_f$
5. Prima de riesgo cartera	$\frac{\sigma_c}{\sigma_m}[E(r_m) - r_f]$	$\beta_i [E(r_m) - r_f]$
6. Obtención cartera del mercado	Frontera eficiente (cartera tangente a la recta)	Frontera eficiente (cartera tangente a la recta)
7. Utilización	Obtención cartera óptima para cada perfil de riesgo	Obtención cartera óptima para cada perfil de riesgo

Adicionalmente, podemos señalar lo siguiente:

6.3.1. *Línea del Mercado de Capitales (Capital Market Line, CML)*

- Es la línea que une los puntos de coordenadas $(0, r_f)$ y $[\sigma_m, E(r_m)]$ en el plano de ordenadas «Rentabilidad esperada»-«Volatilidad».
- Representa las carteras formadas por el activo libre de riesgo y la cartera de mercado, M.
- No todas las carteras se sitúan en esta línea:

  – Bajo la CML tenemos las carteras ineficientes.
  – Por encima de la CML tenemos carteras no factibles.

6.3.2. *Línea del Mercado de Activos (Security Market Line, SML)*

- Es la línea que une los puntos de coordenadas $(0, r_f)$ y $[\beta_m, E(r_m)]$ y en el plano de ordenadas «Rentabilidad esperada»-«Coeficiente beta».
- Todos los activos existentes se sitúan sobre esta línea.
- Fuera de esta línea tenemos activos (o carteras) que representan oportunidades de arbitraje.

Tras la lectura de esta parte debe haber quedado claro:

1. Que un mercado puede ser eficiente en función de sus características o en función de la información disponible en el mercado.

   En función de sus características, un mercado es eficiente si es:

   – Transparente
   – Amplio
   – Flexible
   – Libre
   – Estable
   – Profundo

   En función de la información disponible se dan tres niveles de eficiencia:

   – Débil
   – Semifuerte
   – Fuerte

2. Las implicaciones que aparecen cuando se supone que un mercado cumple la hipótesis débil, semifuerte o fuerte.
3. Las consecuencias de la eficiencia del mercado sobre los distintos tipos de análisis y tipos de gestión.
4. La frontera eficiente está compuesta por las carteras óptimas.
5. Las carteras óptimas son aquellas que, dado un nivel de riesgo, proporcionan mayor rentabilidad. O, dicho de otra manera, dado un nivel de rentabilidad, son las que tienen menor riesgo.
6. La diversificación permite reducir el riesgo específico pero no el sistemático. El riesgo sistemático es el mínimo riesgo que puede obtener una cartera.
7. El modelo de Markowitz está basado en el binomio rentabilidad-volatilidad, ya que utiliza la volatilidad como medida de riesgo. Mediante este modelo se puede obtener la frontera eficiente.
8. El modelo de Tobin también utiliza la volatilidad como nivel de riesgo. Con este modelo se pueden obtener las carteras eficientes formadas por un activo con riesgo y una cartera de activos arriesgados.
9. El modelo de Sharpe utiliza el coeficiente beta como medida de riesgo.
10. El modelo CAPM se basa en el modelo de Sharpe y utiliza el beta como medida de riesgo. Este modelo permite determinar el nivel de rentabilidad que se espera de un activo o cartera dado su nivel de riesgo.

11. La línea CML relaciona la rentabilidad y la volatilidad de una cartera. En esta línea se encuentran todas las carteras óptimas formadas por la cartera de mercado y el activo libre de riesgo. Es tangente a la frontera eficiente.
12. La línea SML relaciona la rentabilidad y la beta de una cartera. En ella también se encuentran todas las carteras óptimas formadas por la cartera de mercado y el activo libre de riesgo. Es tangente a la frontera eficiente.
13. La cartera de mercado es aquella que utilizarán todos los inversores para construir sus carteras óptimas. Alguna de estas carteras óptimas puede proporcionar más rentabilidad que el índice de mercado. Para ello el inversor deberá endeudarse a un tipo de interés igual a la rentabilidad del activo libre de riesgo.

TEST
LA EFICIENCIA DE LOS MERCADOS
TEORÍA DE CARTERAS

1. Según la hipótesis de los mercados financieros, ¿por qué se dice que el precio de una acción sigue un movimiento aleatorio?

a) Porque el precio actual es la mejor predicción y el futuro no se sabe

b) Porque los movimientos de los precios dependen de las nuevas noticias que aparecen de la empresa

c) Porque la información futura no se sabe

d) Todas las respuestas anteriores

2. ¿Cuál de las siguientes frases sobre la hipótesis débil es cierta?

a) Únicamente funciona en acciones pequeñas o débiles

b) Según esta hipótesis, las series de las acciones son públicas y gratuitas

c) No todos los inversores tienen igual información

d) La hipótesis débil incorpora las hipótesis semifuertes

3. ¿Cuál de las siguientes hipótesis de mercado eficiente está mas cercana al análisis fundamental?

a) Hipótesis semifuerte

b) Hipótesis débil

c) Hipótesis fuerte

d) Hipótesis extrafuerte

4. Si estamos en marzo y Santander anuncia hoy que repartirá un dividendo extraordinario en julio, ¿qué ocurrirá hoy en el precio de la acción según la hipótesis semifuerte?

a) Las semanas previas ya hubo una subida por el importe del dividendo, por lo que hoy no ocurre nada

b) En julio subirá la acción el importe del dividendo

c) Hoy sube el mismo importe del dividendo

d) Mañana subirá el precio de la acción por el importe del dividendo debido a que se anuncia en prensa y hasta que todos no lo sepan no sube

5. Bajo la hipótesis de mercado eficiente, ¿cuál de las siguientes tareas se considera una pérdida de tiempo?

a) Una selección activa de acciones

b) Negociación de las comisiones de compra-venta

c) Informar a los accionistas sobre las noticias de la empresa

d) Comprar acciones de varios sectores

6. ¿Por qué se dice que la tendencia de una acción es positiva?

a) Porque toda la información futura siempre es positiva

b) Es imposible porque la rentabilidad esperada de una acción es igual a cero

c) Porque se ve influenciada por el precio del dinero y la incorporación del riesgo sistemático

d) Ninguna de las anteriores

7. ¿Cuál de las siguientes causas influyen en que un mercado no sea eficiente?

a) La incorporación de impuestos

b) Falta de transparencia de las empresas

d) Inversores con fuerza suficiente para mover una acción

d) Todas las anteriores.

8. ¿Cuál de las siguientes frases es cierta?

a) Puede existir un activo fuera de la frontera eficiente

b) En la frontera eficiente se sitúan aquellas carteras que maximizan el binomio riesgo-rentabilidad

c) Las carteras situadas en la frontera eficiente se denominan carteras eficientes

d) Todas las respuestas anteriores son correctas

9. Si la correlación lineal entre dos activos es positiva y perfecta, su volatilidad será:

a) $\sigma_c = w_1\sigma_1 + (1 - w_1)\sigma_2$

b) $\sigma_c = w_1\sigma_1 + (1 - w_1)\sigma_2 + 2\times (1 - w_1) w_1\rho\sigma_1$

c) $\sigma_c = w_1\sigma_1 - (1 - w_1)\sigma_2$

d) $\sigma_c = w_1\sigma_1 + (1 - w_1)\sigma_2 - 2\times (1 - w_1) w_1\rho\sigma_1$

10. Si dos activos, 1 y 2, tienen una correlación perfecta negativa, ¿cuál será la combinación de activo 1 y 2 que minimiza la varianza?

Activos	Volatilidad
Activo 1	15%
Activo 2	5%

a) 25 % en 1 y 75% en 2

b) 75% en 1 y 25% en 2

c) 100 % en 2

d) Falta información

11. Si dos activos tienen una correlación perfecta positiva:

a) No existe ninguna combinación que sea cartera eficiente

b) Todas las combinaciones son cartera eficiente

c) Existirá sólo una cartera que optimice el binomio riesgo-rentabilidad

d) Existirán dos carteras que optimicen el binomio riesgo-rentabilidad

12. ¿Qué proporción han de tener dos activos para minimizar el riesgo?

a) $w_1 = \dfrac{\sigma_1^2 - \sigma_{12}}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})}$ y $w_2 = 1 - w_1$

b) $w_1 = \dfrac{\sigma_2^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2)}$ y $w_2 = 1 - w_1$

c) $w_1 = \dfrac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})}$ y $w_2 = 1 - w_1$

d) b y c son correctas

13. ¿Qué combinación de activos 1 y 2 hace minimizar la varianza?

	Activo 1	Activo 2
Volatilidad	15%	10%
Correlación	60%	

a) No existe ninguna combinación que minimice la varianza

b) 6,90% de activo 1 y 93,10% de activo 2

c) –11% de activo 1 y 111% de activo 2

d) Ninguna de las anteriores

14. Suponga que tiene una cartera compuesta por acciones de BBVA y Letras del Tesoro. ¿Qué volatilidad tendrá la cartera si tienen los siguientes pesos?

	BBVA	Letras
Rentabilidad esperada	10%	2%
Volatilidad	8%	0%
Peso en la cartera	60%	40%

a) Volatilidad de la cartera = 6%

b) Volatilidad de la cartera = 4,8%

c) Volatilidad de la cartera = 8%

d) Falta información

15. ¿Qué características tiene una combinación de un activo sin riesgo y uno arriesgado?

a) Se puede lograr una combinación en que se obtenga rentabilidad positiva y volatilidad cero

b) La combinación de ambos forma una línea recta

c) La pendiente viene determinada por la ecuación $S_p = \frac{E(r_c) - r_f}{\sigma_c}$

d) Todas las anteriores son correctas

16. ¿Qué proporción de letras y acciones de Deutsche Bank debe tener un inversor si desea obtener una rentabilidad del 8%?

	Rentabilidad	Volatilidad
Letras del Tesoro	2,5%	–
Acciones Deutsche Bank	14%	12%

a) 48% acciones y 52% letras

b) 57% acciones y 43% letras

c) 83% acciones y 17% letras

d) 16% acciones y 84% letras

17. Un accionista desea obtener un 15% de rentabilidad invirtiendo en BBVA. Actualmente esta acción tiene una rentabilidad del 10% y las letras del tesoro del 2,5%. ¿Qué puede hacer?

a) Endeudarse en un 66% a coste de las letras e invertir el 166% en BBVA

b) Nada, ya que como máximo obtendrá el 10%

c) Invertir el 80% en BBVA y el 20% en letras

d) Endeudarse en un 50% a coste de las letras e invertir el 150% en BBVA

18. La CML se caracteriza por:

a) Dibuja las carteras en función de la rentabilidad y la beta

b) Para obtener la cartera de mercado (M) se debe maximizar la pendiente según la fórmula $S_p = \frac{E(r_c) - r_f}{\sigma_c}$

c) La cartera de mercado (M) está compuesta por acciones

d) Ninguna de las anteriores es correcta

19. La CML se caracteriza por:

a) Dibuja las carteras en función de la rentabilidad y la volatilidad

b) La cartera de mercado (M) está compuesta por todos los activos con riesgo

c) Se puede obtener una rentabilidad superior a la que obtiene la cartera de mercado

d) Todas las anteriores son correctas

20. El riesgo que puede eliminarse mediante diversificación es:

a) Riesgo específico

b) Riesgo sistemático

c) Riesgo total

d) Ninguno

21. ¿A qué será igual el riesgo específico de una cartera?

a) Siempre igual a cero

b) $\sqrt{\rho\bar{\sigma}^2}$

c) $\sqrt{\frac{1}{n}\bar{\sigma}^2}$

d) $w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1)^2\sigma^2 + 2\,(1 - w_1)w_1\sigma_{12}$

22. Según el modelo de Sharpe, la beta de un activo se define como:

a) El cociente de la covarianza de dos activos entre la varianza del mercado

b) El cociente de la correlación del mercado con el activo entre la varianza del mercado

c) El cociente de la covarianza del mercado con el activo entre la multiplicación de volatilidades, del mercado y activo

d) El cociente de covarianza del mercado con el activo entre la varianza del mercado

23. ¿Cuál de las siguientes características de la beta es cierta?

a) La beta de un activo puede ser positiva o negativa

b) La beta se mide en euros

c) La beta no puede tomar valores superiores a 1

d) Ninguna de las anteriores es cierta

24. ¿Cuál de las siguientes frases es cierta?

a) La beta de un activo positiva indica que la covarianza entre el activo y el mercado ha de ser obligatoriamente positiva

b) La beta de un activo negativa e igual a 1 indica que una subida del 1% en el mercado lo hace igual en el activo pero en orden inverso

c) Un valor de beta superior a 1 indica que este activo tiene mayor riesgo que el mercado

d) Todas las respuestas anteriores son ciertas

25. Si se posee una cartera compuesta por un 30% en ACS y 70% en Gas Natural, la rentabilidad esperada del Ibex 35 es del 15% y se sabe la siguiente información, ¿cuál será la rentabilidad esperada de la cartera?

	ACS	Gas Natural	Probabilidad
Escenario 1	10%	15%	75%
Escenario 2	–15%	–18%	25%

a) 5,85%

b) 6,60%

c) –1,95%

d) – 3,6%

26. Siguiendo el modelo de Sharpe, ¿cómo se calcula el riesgo sistemático de Indidex (activo *i*)?

a) β_i

b) σ_i

c) $\beta_i^2 \sigma_m^2$

d) $\sqrt{\frac{1}{n}\bar{\sigma}^2}$

27. ¿Cuáles son las características de la línea SML?

a) Relaciona la rentabilidad y beta

b) La medida de riesgo viene medida por la beta

c) Invertir en activos con beta superiores a 1 me permite lograr una rentabilidad mayor a la del mercado

d) Todas las respuestas anteriores son correctas

SOLUCIONES AL TEST
LA EFICIENCIA DE LOS MERCADOS
TEORÍA DE CARTERAS

1.– D

2.– B

3.– A

4.– C

5.– A

Según la hipótesis de mercado eficiente, el precio de las acciones incorpora toda la información disponible en el mercado. Por tanto, un gestor no necesitará determinar las acciones con mayor potencial, ya que la evolución de todas ellas es una incógnita.

6.– C

A pesar de que según la hipótesis de mercado eficiente dice que la evolución futura de una acción es aleatoria, esto no significa que tenga una rentabilidad esperada igual a cero. Esta evolución del precio será positiva por el impacto del precio del dinero y porque tiene incorporado el riesgo sistemático.

7.– D

8.– D

9.– A

10.– A

Utilizando la fórmula $[w_1\sigma_1-(1-w_1)\sigma_2]=0$

$$w_1\sigma_1 = (1-w_1)\,\sigma_2$$

$$w_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1+\sigma_2} = 25\%$$

$$w_2 = 1-w_1 = 75\%$$

11.– B

Si dos activos tienen correlación perfecta positiva su volatilidad viene definida por $\sigma_c = w_1\sigma_1 + (1-w_1)\sigma_2$ donde cualquier combinación hará optimizar el riesgo-rentabilidad.

12.– D

13.– B

Aplicando la fórmula $w_1 = \dfrac{\sigma_2^2 - \rho_{12}\sigma_1\sigma_2}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\rho_{12}\sigma_1\sigma_2)}$ y $w_2 = 1 - w_1$

14.– B

Si volatilidad de una cartera es $\sigma_p^2 = (1-w_1)^2\sigma_2^2 + w_1{}^2\sigma_1^2 + 2\,(1-w_1)w_1\sigma_1$ y la varianza del activo libre de riesgo es igual a cero, entonces $\sigma_p = y\ \sigma_c$.

15.– D

16.– A

Si el inversor desea $E(r_p) = (1-y)r_f + y\,E(r_c) = r_f + y\,[E(r_c) - r_f] = 8\%$

$$y = \frac{E(r_p) - r_f}{E(r_c) - r_f} = \frac{8\% - 2{,}5\%}{14\% - 2{,}5\%} = 0{,}4782$$; 48% en acciones.

17.– A

Si el inversor desea $E(rp) = (1\text{-}y)rf + y{\cdot}E(rc) = rf + y\,[E(rc) - rf] = 15\%$

$$y = \frac{E(r_p) - r_f}{E(r_c) - r_f} = \frac{15\% - 2{,}5\%}{10\% - 2{,}5\%} = 1{,}66$$; 166% en acciones y endeudarse por el 66% de la inversión

18.– B

19.– D

20.– A

21.– C

22.– D

La beta de un activo se define como $\beta_i = \dfrac{cov(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}$

23.– A

24.– D

25.– A

ACS: $E(r_1) = p_1 r_{11} + p_2 r_{12} = 0,75 \times 10\% + 0,25(-15\%) = 3,75\%$

Gas Natural: $E(r_2) = p_1 r_{21} + p_2 r_{22} = 0,75 \times 15\% + 0,25\ (-18\%) = 6,75\%$

$E(rc) = w_{acs}\, E(r_{acs}) + w_{gas}\, E(r_{gas}) = 5,85\%$

26.– C

27.– D

Anexo

Demostraciones matemáticas

Cartera óptima con dos activos con riesgo

A continuación se demostrará cómo lograr el peso de cada activo que minimiza la varianza.

Partiendo y posteriormente descomponiendo la varianza:

$$\sigma_c^2 = w_1^2\sigma_1^2 + (1 - w_1)^2 \sigma_2^2 + 2w_1 (1 - w_1)\sigma_{12}$$

se llega a la siguiente expresión:

$$\sigma_c^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + w_1^2 \sigma_2^2 - 2w_1 \sigma_2^2 + 2w_1 \sigma_{12} - 2w_1^2 \sigma_{12}$$

Para obtener el peso de las carteras que minimiza la varianza debemos:

$$\frac{\partial \sigma_c^2}{\partial w_1} = 0$$

Resolviendo se obtendrá:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_c^2}{\partial w_1} &= 2w_1 \sigma_1^2 + 2w_1 \sigma_2^2 - 2\sigma_2^2 + 2\sigma_{12} - 4w_1 \sigma_{12} = \\ &= w_1 \sigma_1^2 + w_1 \sigma_2^2 - \sigma_2^2 + \sigma_{12} - 2w_1 \sigma_{12} = \\ &= w_1(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}) - \sigma_2^2 + \sigma_{12} = 0\end{aligned}$$

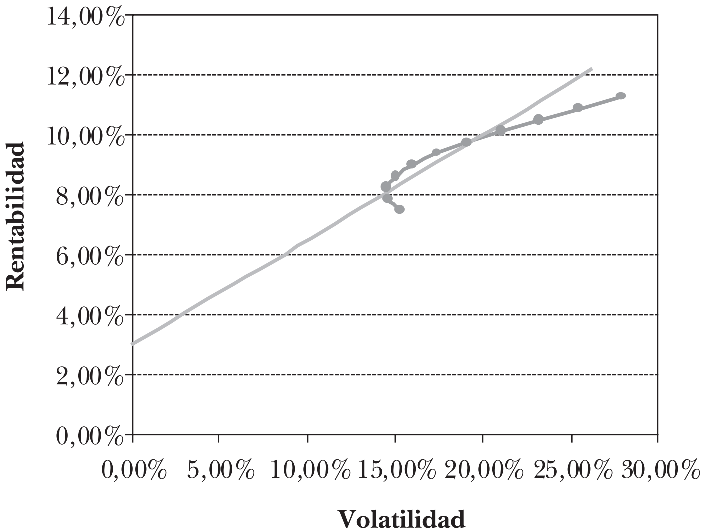
Despejando w_1 se logrará el peso que hay que dedicar al activo 1 y al activo 2 para que minimice la varianza:

$$\boxed{\begin{aligned} w_1 &= \frac{\sigma_2^2 - \sigma_{12}}{(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12})} \\ w_2 &= 1 - w_1 \end{aligned}}$$

Cartera óptima con un activo sin riesgo y una cartera de activos con riesgo

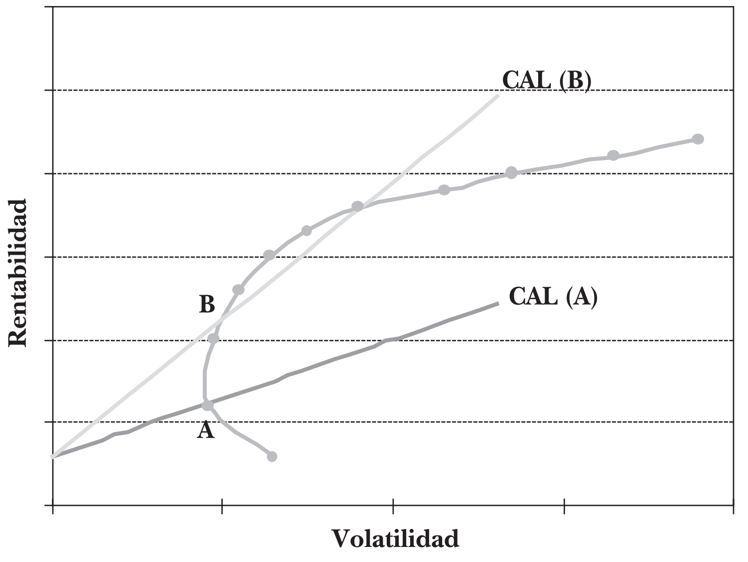
A continuación se demostrará que no es óptimo combinar la cartera de mínima varianza con el activo libre de riesgo.

Si se realiza un gráfico que incluya la línea de mercado de capitales y la frontera eficiente, se llegará a la conclusión de que la cartera C que minimiza la varianza no resulta óptima a la hora de construir carteras eficientes.



De manera evidente, las carteras que combinan el activo libre de riesgo y la cartera de mínima varianza se sitúan en la línea roja de este gráfico.

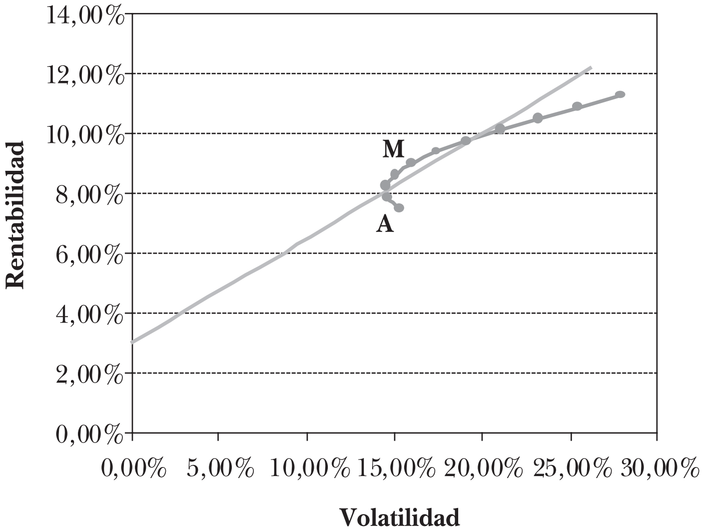
Otra alternativa es combinar el activo libre de riesgo con otra cartera como, por ejemplo, la cartera B. Así obtenemos el siguiente gráfico:



En el gráfico puede observarse que se han utilizado dos carteras, A y B, compuestas por los activos 1 y 2 en distinta proporción. La cartera A representa la cartera con mínima varianza, mientras que la cartera B corresponde a otra combinación de los activos 1 y 2. De este modo se obtienen las líneas A y B.

Puede observarse que, si se utiliza la cartera B para crear la cartera final del inversor, la línea resultante de las distintas estrategias tiene mayor pendiente que la que se obtiene partiendo de la cartera A. Por tanto, un inversor preferirá utilizar la cartera B en lugar de la cartera A.

Es decir, un inversor que cree una cierta cartera elegirá aquélla de la frontera eficiente que maximice la pendiente de la recta de carteras. Esta maximización se obtiene cuando la línea trazada desde el activo libre de riesgo es tangente a la frontera eficiente. El punto de tangencia se denotará cartera M y la línea obtenida es la línea de mercado de capitales, CML(M).



Por tanto, las carteras que se sitúen en la CML (M) serán carteras eficientes. Para encontrar la cartera M se deberá maximizar (en función de los pesos de los activos) la pendiente de la CML.

$$\text{Max. } S_c = \frac{E(r_c) - r_f}{\sigma_c}$$

donde:

$E(r_c) = w_1 E(r_1) + (1 - w_1) E(r_2)$

$\sigma_c^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + (1 - w_1)^2 \sigma_2^2 + 2 w_1 (1 - w_1)\ \sigma_{12}$

Sustituyendo $E(r_c)$ y σ_c y maximizando la función se llega a la siguiente solución:

$$w_1 = \frac{[E(r_1) - r_f]\ \sigma_2^2 - [E(r_2) - r_f]\ \sigma_{12}}{[E(r_1) - r_f]\ \sigma_2^2 + [E(r_2) - r_f]\ \sigma_1^2 - [E(r_1) - r_f + E(r_2) - r_f]\ \sigma_{12}}$$

$$w_1 = 1 - w_1$$

La cartera M del ejemplo utilizado será la que incluya estas proporciones de los activos 1 y 2.

Límites a la diversificación

A continuación se mostrarán los pasos que hay que seguir para determinar la varianza de una cartera en función de los valores medios de las varianzas y covarianzas de los diferentes activos.

Partiendo de la definición de varianza de una cartera, se tiene que:

$$\sigma_c^2 = w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_{12}$$

Por tanto, la varianza de una cartera se puede escribir como:

$$\begin{aligned}\sigma_c^2 &= w_1^2\sigma_1^2 + w_2^2\sigma_2^2 + 2w_1w_2\sigma_{12} \\ &= w_1w_1\sigma_1^2 + w_2w_2\sigma_2^2 + w_1w_2\sigma_{12} + w_2w_1\sigma_{21}\end{aligned}$$

donde $\sigma_{12} = \sigma_{21}$.

Por definición de covarianza, la varianza de un activo puede escribirse como la covarianza de un activo consigo mismo:

$$\sigma_1^2 = \sigma_{11}$$
$$\sigma_2^2 = \sigma_{22}$$

Por tanto, la varianza de una cartera puede reescribirse como:

$$\begin{aligned}\sigma_c^2 &= w_1w_1\sigma_{11} + w_2w_2\sigma_{22} + w_1w_2\sigma_{12} + w_2w_1\sigma_{21} = \\ &= w_1\sum_{i=1}^{2} w_1\sigma_{1i} + w_2\sum_{j=1}^{2} w_2\sigma_{2j} = \\ &= \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} w_iw_j\sigma_{ij} = \sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2} w_iw_j\,\mathrm{cov}(r_i, r_j)\end{aligned}$$

Esta expresión es equivalente a:

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^{2} w_iw_i\sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{2}\sum_{j=1}^{2} w_iw_j\,\mathrm{cov}(r_i, r_j)$$

Generalizando para el caso de *n* activos, la varianza de la cartera puede escribirse del siguiente modo:

$$\begin{aligned}\sigma_c^2 &= \sum_{i=1}^{n} w_iw_i\sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1 \\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_iw_j\,\mathrm{cov}(r_i, r_j) = \\ &= \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_iw_j\,\mathrm{cov}(r_i, r_j)\end{aligned}$$

A continuación suponemos que todos los activos que componen la cartera tienen igual peso, es decir, $w_1 = w_2 = \dots = w_n$.

Entonces:

$$w_i = \frac{1}{n}$$

Utilizando este supuesto, se llega a la siguiente fórmula para la varianza de una cartera.

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\frac{1}{n}\sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n}\frac{1}{n}\operatorname{cov}(r_i, r_j) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n^2}\sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{1}{n^2}\operatorname{cov}(r_i, r_j) =$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\frac{1}{n}\sigma_i^2 + \sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=1}^{n} \frac{n-1}{n}\frac{1}{n(n-1)}\operatorname{cov}(r_i, r_j) =$$

$$= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\sigma_i^2 + \frac{n-1}{n}\frac{1}{n(n-1)}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=1}^{n} \operatorname{cov}(r_i, r_j) =$$

$$= \frac{1}{n}\left[\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{n}\sigma_i^2\right] + \frac{n-1}{n}\left[\frac{1}{n(n-1)}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=1}^{n} \operatorname{cov}(r_i, r_j)\right]$$

Por tanto, la varianza de la cartera se puede expresar como la suma de dos términos que dependen de ciertos sumatorios.

El primero de estos sumatorios indica el valor medio de las varianzas de los activos incluidos en la cartera. Por otro lado, el segundo (doble) sumatorio indica el valor medio de las covarianzas de todas las parejas que incluyen activos de la cartera.

Luego, la varianza de la cartera se puede escribir como

$$\boxed{\sigma_c^2 = \frac{1}{n}\overline{\sigma}^2 + \frac{(n-1)}{n}\overline{\operatorname{cov}}}$$

donde las expresiones

$$\overline{\sigma}^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sigma_i^2$$

$$\overline{\operatorname{cov}} = \frac{1}{n(n-1)}\sum_{\substack{i=1\\ i\neq j}}^{n}\sum_{j=1}^{n}\operatorname{cov}(r_i, r_j)$$

indican los valores medios para las varianzas y covarianzas de los activos incluidos en la cartera.

Bibliografía

BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. *Investments*. McGraw-Hill Irwin. Illinois, 2002.

ELTON, E.; GRUBER, M. *Modern portfolio theory and investments analysis.* John Wiley and soons. Nueva York, 1995.

FAMA, E.F. «Efficient Capital Markets: II», *Journal of Finance*, diciembre, 1575-1617. 1991.

GÓMEZ-BEZARES, F. *Gestión de Carteras*. Biblioteca de Gestión Desclée de Brouwer. S.A. Bilbao, 1993.

GORDILLO, M. *Guía de Performance, Riesgo y Rentabilidad*. Bancoval. Madrid, 2003.

MARKOWITZ, H. *Mean-Variance Analysis in portfolio choice and capital markets.* Basil Blackwell. Cambridge, 1989.

MARKOWITZ, H. *Portfolio Selection*. Ed. Blackwell Inc. Cambridge, 1991.

NEUBAUER, F. *Gestión de carteras. El concepto de beneficio potencial y su aplicación.* McGraw Hill. Madrid, 1991.

Real Decreto 1393/1990 de 2 de noviembre.

SHARPE, W. *Portfolio theory and capital markets.* McGraw-Hill. Nueva York, 1970.

www.cnmv.es

www.inverco.es

www.zsharpe.com

Segunda parte

Asignación de activos y definición de políticas de inversión

Objetivos de la segunda parte

Una vez leída la presente parte se deberá ser capaz de:

1. Diferenciar entre la gestión activa y la gestión pasiva de una cartera de inversión.
2. Saber qué rentabilidad espera un inversor en función de sus objetivos.
3. Determinar los procedimientos que se han de llevar a cabo antes de la creación de una cartera.
4. Saber cómo y cuándo se utiliza la asignación táctica y la asignación estratégica.

En esta parte se presentarán los pasos que suelen seguirse a la hora de definir una cartera de inversión por parte de un gestor. Primero, el gestor ha de determinar el perfil del inversor y qué activos o carteras son más adecuadas según sus características. Posteriormente se describirán las políticas de inversión teniendo en cuenta características como el tipo de fondo, el tipo de gestión o las diferentes restricciones a las que se puede enfrentar el inversor. Posteriormente, con mayor detalle, el capítulo siguiente analizará las medidas de valoración de los gestores.

Capítulo 1

Gestión activa y pasiva de carteras

1.1. Gestión activa y pasiva de carteras

En función de la creencia que tiene el gestor sobre la eficiencia del mercado, podrá determinar si conviene seguir una gestión pasiva o una gestión activa.

1.1.1. *Gestión pasiva*

La gestión pasiva se caracteriza por las casi nulas operaciones que se realizan a lo largo de la vida del fondo. El gestor diseña una determinada cartera en el momento inicial y raramente la modificará. En este caso, el gestor tiene la creencia de que el mercado es eficiente en la asignación de precios y que éstos reflejan toda la información existente en el mercado.

En este tipo de gestión la supervisión del fondo no tiene por qué realizarse diariamente porque la cartera se diseñará en el momento inicial. Esto implica que el gestor no debe estar todo el día delante de la pantalla del ordenador observando el movimiento de las cotizaciones de sus activos.

La principal herramienta que utilizará el gestor será el análisis fundamental, diseñando cuidadosamente la proporción entre renta fija, renta variable y li quidez.

1.1.2. *Gestión activa*

Este tipo de gestión se caracteriza por adecuar en cada momento la política de inversión. El gestor diseña una cartera original pero la va variando periódicamente en cada momento en función de sus expectativas. El gestor no cree que los precios de los activos reflejen el precio objetivo. Por tanto, admite que existen activos cuyas cotizaciones no reflejan su valor real.

Por este motivo, la supervisión que tendrá la cartera será frecuente e implicará que el gestor tenga que dedicar buena parte de su tiempo a buscar activos cuya cotización esté infravalorada respecto a la cotización teórica que él cree que deberían tener.

En este caso, las herramientas que el gestor utilizará, además del análisis fundamental, serán el análisis técnico, el análisis de carteras eficientes, etc. Además de la proporción de renta fija, renta variable y liquidez, el gestor decidirá qué activos debe invertir en cada uno de los mercados, variando tanto la proporción como los activos según crea conveniente.

Capítulo 2
Definición de la política de inversión

2.1. Definición de la política de inversión

En el presente capítulo se presentarán los pasos que sigue un gestor de carteras antes de empezar a invertir. De manera esquemática, estos pasos son los siguientes:

- Conocer los objetivos de inversión y qué tipo de fondo se gestionará.
- Determinar qué tipo de gestión llevará a cabo, para lo cual tiene dos alternativas:
  a) Determinar una cartera en el momento inicial y mantenerla hasta el final del horizonte de inversión.
  b) Variar periódicamente la inversión en función de la situación económica.

Posteriormente abordaremos los siguientes temas:

- Exposición de las medidas de control de riesgo que delimitan la gestión.
- Explicación de los destinos de la inversión en cada uno de los ciclos económicos
- Presentación de los pasos que sirven para determinar un *benchmark* para el fondo a gestionar. Dicho *benchmark* sirve para determinar si la gestión es o no buena.

2.1.1. *Objetivos de inversión*

Antes de empezar una inversión se deben conocer los objetivos de dicha inversión. Estos objetivos serán distintos en función de diversas variables como, por ejemplo:

– Necesidades del inversor
– Personalidad del inversor

El estudio de estas dos variables determinará el objetivo de la inversión, que se basará en:

– Optimizar el binomio riesgo-rentabilidad
– Delimitar el horizonte temporal
– Saber el nivel de liquidez que se desea

Por tanto, el objetivo de la inversión es la creación de una cartera que maximice la utilidad del inversor. En otras palabras, se debe crear una cartera con la que el inversor se encuentre a gusto, tanto por la rentabilidad esperada que ofrece como por el nivel de riesgo que se está soportando.

En la actualidad existen varios tipos de fondos de inversión que son clasificados de una forma estandarizada según la Comisión Nacional del Mercado de Valores. En términos generales, podemos considerar tres tipos de fondos en función del objetivo que persigue la inversión.

– Mantener el capital
– Generar capital
– Maximizar el capital

Todos estos objetivos de inversión responden a la combinación de tres elementos: riesgo, rentabilidad y liquidez.

En relación con estos tres elementos, deberíamos esperar lo siguiente:

- Cuanto mayor sea el riesgo, mayor tasa de retorno se pedirá a la inversión.
- Cuanto mayor sea la rentabilidad, mayor será la tasa de retorno.
- Cuanto menor sea la liquidez, mayor será la tasa de retorno.

  Este hecho se debe a que se pedirá una tasa menor de retorno a un activo financiero con mayor liquidez (y por tanto mayor facilidad de compraventa).

  Supongamos que existen dos activos con igual rentabilidad y riesgo y sólo uno de ellos cotiza en Bolsa. Entonces se esperará que el que no cotiza en Bolsa obtenga –a la larga– una mayor ganancia debido a la incorporación de una prima por falta de liquidez.

A continuación describimos brevemente los tres tipos de fondos anteriormente mencionados:

2.1.1.1. Mantener el capital

Un fondo de inversión cuyo objetivo sea mantener el capital invertido deberá retornar un tipo de interés similar a la inflación. De este modo el inversor no perderá poder adquisitivo debido a la inflación. Como resultado, la rentabilidad final obtenida ha de ser igual a la inflación.

Por tanto, el capital final que desea obtener el inversor será:

$$\boxed{C_f = C_0\ (1 + \text{inflación})}$$

donde C_f y C_0 son, respectivamente, el capital final y el capital inicial.

En este caso se podrían incluir los fondos de inversión que invierten en renta fija a corto plazo o en mercados monetarios.

2.1.1.2. Generar capital

Un inversor que desee generar capital pedirá una rentabilidad algo superior a la inflación, aunque sin exponerse a un gran riesgo. Por tanto, su rentabilidad debería ser parecida a la que se ofrece en los mercados de renta fija a largo plazo.

El capital que querrá obtener el inversor responderá a la siguiente igualdad:

$$\boxed{C_f = C_0\ (1 + \text{prima de riesgo})}$$

donde la prima de riesgo es, aproximadamente, igual a la inflación más un pequeño diferencial.

Los fondos generadores de capital podrían ser, por ejemplo, aquellos que invierten en renta fija a corto plazo y una pequeña proporción en renta variable, los fondos de renta fija a medio y largo plazo, etc.

2.1.1.3. Maximizar capital

El inversor que persigue maximizar su capital está dispuesto a invertir en activos con alto riesgo. No obstante, lo que pedirá al gestor es que maximice la rentabilidad ajustada por riesgo, es decir, que maximice el binomio riesgo-rentabilidad.

Por tanto, la rentabilidad final que pretende obtener el inversor es igual a la renta fija a largo plazo más un diferencial.

$$\boxed{C_f = C_0\ (1 + \text{«prima de riesgo 2»})}$$

donde:
«Prima de riesgo 2» > inflación más un pequeño diferencial
«Prima de riesgo 2» ≈ Renta fija a largo plazo más un diferencial

En este grupo se encontrarían los fondos que invierten la mayoría de su capital en renta variable.

De modo esquemático:

	Rentabilidad esperada	Nivel de riesgo
Mantener el capital	≈ Inflación	Bajo
Generar capital	≈ Inflación + diferencial	Medio
Maximizar capital	≈ Renta fija a largo plazo más diferencial	Alto

2.2.1. *Diseño de la política de inversión*

Una vez el gestor haya determinado los objetivos del inversor deberá determinar qué política de inversión es la más adecuada. Para ello diseñará un tipo de cartera personalizada, optimizando el binomio riesgo-rentabilidad.

2.3.1. *Restricciones y preferencias del inversor*

2.3.1.1. Restricciones del inversor

Cada inversor tiene unas necesidades y un perfil de personalidad distinto, lo que implica que es muy complejo plasmar de forma exacta las necesidades del inversor en un fondo de inversión. Esto es así porque este fondo debería ser un fondo (o cartera) personalizado, adecuado exactamente a las necesidades del inversor.

Esta cartera personalizada debería caracterizarse por cumplir con los objetivos de inversión:

– Obtener el binomio riesgo-rentabilidad que desea el inversor
– Determinar el horizonte temporal de la inversión
– Saber el nivel de liquidez que se quiere tener

Siguiendo este planteamiento, todo inversor debería tener una cartera personalizada que se adecuara a sus necesidades. Obviamente, esto es bastante inverosímil y únicamente las grandes fortunas pueden permitirse la creación de una cartera personalizada. Esto implica que se deba incorporar un grado de estandarización en la gestión para poder abarcar un elevado número de inversores. Éste es el motivo por el que existen varios tipos de fondos de inversión en función de las necesidades de cada inversor.

2.3.1.2. Preferencias del inversor

En la mayoría de Instituciones de Inversión Colectiva (IIC) los partícipes o socios suelen ser personas físicas en busca de rentabilidad mayor a la de los productos de ahorro tradicionales. Este hecho provoca que antes de determinar los activos que compondrán el fondo o la sociedad de inversión deba analizarse el perfil del inversor. Si la IIC no se crea a medida para un determinado perfil de inversor, deberá realizarse igualmente el análisis del inversor y determinar qué IIC se adecua más a su nivel de riesgo. Para ello se utilizarán las ratios de riesgo-rentabilidad.

Lo primero que hay que hacer a la hora de determinar el perfil de inversión de una persona es conocer:

- Sus necesidades a corto, medio o largo plazo.
- Su actitud frente al riesgo: conservadora, moderada, arriesgada o muy arriesgada.

Particularizando en las Instituciones de Inversión Colectiva (IIC), la Circular 3/1998 de 22 de septiembre de la Comisión Nacional del Mercado de Valores (CNMV)[18] expone la metodología de obtención del nivel de riesgo de cada institución.

En ella se redacta el siguiente párrafo:

«7. Sobre la volatilidad histórica se informará la desviación típica (D) de la rentabilidad mensual del fondo calculada para un período de doce meses.

»Se incluirá el literal "Baja" si $D \leq 0{,}1$; se incluirá el literal "Media", si $0{,}1 < D \leq 1$; "Alta", si $1 < D \leq 2{,}4$, y "Muy alta", si $D > 2{,}4$. Para aquellos fondos cuya existencia a la fecha de elaboración del informe sea inferior a doce meses, se informará la expresión "no disponible".»

Esto implica que la CNMV, mediante esta circular, define cuatro perfiles de riesgo diferentes en función de la desviación típica de cada IIC.

Adicionalmente, en la Circular 2/2000 de 30 de mayo de la CNMV[19] se establecen cuatro perfiles de clientes distintos en función de su aversión al riesgo:

– Conservadores
– Moderados
– Agresivos
– Muy agresivos

18. Esta circular versa sobre operaciones e instrumentos derivados de las Instituciones de Inversión Colectiva.

19. Esta circular comenta sobre modelos normalizados de contrato-tipo de gestión discrecional e individualizada de carteras de inversión y otros desarrollos de la Orden Ministerial de 7 de octubre de 1999 de Desarrollo del Código General de Conducta y Normas de Actuación en la Gestión de Carteras de Inversión.

Por tanto, para poder determinar qué perfil de riesgo tiene un cliente se deberán estudiar sus necesidades y su personalidad.

2.3.1.3. Necesidades

Las necesidades u objetivos del inversor pueden ser varias, adquirir una vivienda, planificar una jubilación, educación de los hijos, etc.

Estas necesidades generan una relación rentabilidad-riesgo distinta para cada objetivo. Es decir, el nivel de riesgo para una persona joven no será el mismo si se desea adquirir una vivienda dentro de un año o si se quiere planificar la jubilación. Seguramente este inversor tendrá un perfil conservador para el dinero destinado a la adquisición de la vivienda y un perfil muy arriesgado para el dinero destinado a la jubilación.

2.3.1.4. Personalidad

Si se define la personalidad del inversor en función de su nivel de aversión al riesgo, se puede decir que hay inversores más arriesgados que otros. Este hecho implica que dos personas con el mismo objetivo pueden tener una relación rentabilidad-riesgo diferente.

Los factores que pueden influir en la personalidad del inversor pueden ser varios: edad, situación laboral, situación familiar, etc.

2.4.1. *Tácticas y estrategias de selección de activos*

Una vez determinados los objetivos de inversión, el tipo de gestión que se llevará a cabo y las medidas por las cuales seremos controlados, se deben crear las estrategias de selección de activos que permitan conseguir los objetivos de inversión. Estas estrategias serán utilizadas a lo largo de la vida de la inversión.

Existen varias estrategias de selección de activos en función de:

– Objetivos planteados
– Grado de especialización de la inversión
– Aversión al riesgo del inversor
– Rentabilidad financiero-fiscal
– Tipo de gestión

Veamos con más detalle cada uno de estos puntos.

Los **objetivos planteados para la inversión** pueden ser:

– **Mantener el capital**
Un inversor que desea mantener su capital llevará a cabo estrategias basadas en el control del riesgo asumido. Por tanto, normalmente adquirirá activos con poco riesgo como, por ejemplo, los activos del mercado monetario.

– **Generar capital**
Un inversor que quiere generar capital implementará estrategias que permitan obtener una rentabilidad mayor a la inflación pero con un cierto control del riesgo, aunque este control será menor que en el caso anterior. Para ello se puede incorporar una proporción de activos de renta variable en la cartera aunque dichos activos serán aquéllos con menor riesgo dentro de todos los disponibles en el mercado.

– **Maximizar capital**
El inversor que persigue maximizar su capital estará dispuesto a asumir un mayor riesgo. Para ello las estrategias que se utilizarán irán encaminadas a encontrar los activos con mayores rentabilidades esperadas, dejando en un segundo plano el control del riesgo.

En función del **grado de especialización de la inversión**, las estrategias que se pueden implementar serán:

– **Diversificación de la cartera**
Si el grado de especialización de la inversión es reducido, la estrategia que se realizará perseguirá la reducción del riesgo mediante la diversificación. Esta diversificación puede ser por tipología de activos (renta fija, renta variable, etc.) o por sectores.

– **Especialización de la cartera**
Una cartera que está basada en la especialización utilizará estrategias encaminadas a encontrar, en un mismo tipo de activo o sector, aquellos activos que maximicen el binomio rentabilidad-volatilidad.

Si la cartera que se crea se basa en la **aversión al riesgo** del inversor se pueden encontrar dos tipos de estrategias:

– **Minimizar riesgo**
Para un inversor que desea minimizar el riesgo, la estrategia deberá ir encaminada a tal fin, controlado el riesgo en todo momento.

– **Maximizar la rentabilidad**
Para el inversor que persigue maximizar el riesgo, la estrategia que se llevará a cabo se basará en encontrar aquellos activos que permitan obtener una mayor rentabilidad esperada.
Existen inversores que, por sus características, desean productos que maximicen su **rentabilidad financiero-fiscal**. En tal caso, la estrategia a seguir será aquella que minimice el pago fiscal. Por tanto, durante toda la vida de

la inversión se deberán ir adecuando los activos en función del cambio de fiscalidad de éstos.

Por último, la **gestión de la cartera** puede ser de dos tipos:

– **Gestión pasiva**
La estrategia que se utilizará en la gestión pasiva es la asignación estratégica. Esta estrategia se basa en la obtención de una determinada rentabilidad a largo plazo. Para conseguir este objetivo la cartera mantendrá unas ponderaciones relativamente constantes de los activos y cambiará poco a lo largo de la inversión.

– **Gestión activa**
La gestión activa aprovecha las oportunidades que puedan darse en el mercado. Por tanto, la estrategia se basará en la asignación táctica. Esta asignación requiere un seguimiento constante de la cartera para poder detectar (y aprovechar) las oportunidades que se vayan presentando.

Capítulo 3
Asignación de activos

3.1. Asignación de activos

La asignación de activos es el paso final del proceso de creación de una cartera óptima para un cliente. Es en este momento cuando se plasman los objetivos marcados en las reuniones previas a la creación de la cartera. En este apartado se presentará el proceso de asignación de activos (desde los objetivos a la compra de activos), se diferenciará entre la asignación táctica y estratégica de éstos y se comentará qué acciones se deben tomar cuando las condiciones del mercado cambian. Finalmente se hablará del seguimiento de la asignación y cuáles son los criterios que se tomarán para comprar o vender activos.

3.1.1. *Proceso*

Como se ha visto en los apartados del presente capítulo, la creación de una cartera adecuada a un inversor requiere del seguimiento de una serie de pasos que sirven –principalmente– para determinar tres aspectos:

– Objetivo de rentabilidad
– Nivel de riesgo aceptado
– Plazo de inversión

Estos tres aspectos se determinan en función de las necesidades y personalidad del inversor. Por supuesto, todos los inversores desean obtener la máxima rentabilidad posible, pero, tal y como se vio en el capítulo de gestión de carteras, la consecución de una determinada rentabilidad es función del nivel de riesgo aceptado. Por tanto es de vital importancia determinar en las reuniones previas el nivel de tolerancia al riesgo que tiene el inversor.

Una vez estos tres puntos han sido definidos, es el momento de decidir los tipos de activos que se incluirán en la cartera:

– Liquidez
– Renta fija
– Renta variable
– Otros activos

Después de saber la tipología de los activos que se incluirán en la cartera, es el momento de obtener la frontera eficiente para determinar la cartera óptima que maximiza la rentabilidad dado un nivel de riesgo. Esto permitirá saber el peso que tendrá cada activo en la cartera.

Cuando la distribución del patrimonio en los distintos tipos de activos está definida, se procederá a determinar la composición del *benchmark* mediante el que se evaluará la gestión.

Tras definir y delimitar la política de inversión a largo plazo y el *benchmark* se prosigue con las compras de los activos. Estas compras serán el resultado de analizar las condiciones del mercado. Dicho análisis permite determinar cuándo entrar en dicho mercado. Para ello el gestor analizará la situación macroeconómica de los países donde se ha decidido comprar, determinará los sectores donde invertir y, finalmente, elegirá las empresas que comprará.

Llegado a este punto el gestor ya tendrá la cartera creada. No obstante, su trabajo no termina aquí ya que deberá ir cambiando la cartera en función de los cambios producidos en el entorno. Para ello el gestor definirá las asignaciones tácticas y estratégicas que llevará a cabo a lo largo de la gestión de la cartera.

3.1.2. *Asignación táctica y estratégica*

En el momento de definir la cartera óptima para el inversor, el gestor también define las políticas de inversión a corto y largo plazo.

Estas políticas se definen *a priori* para poder saber qué actos han de realizarse frente a posibles cambios en el mercado. Toda la metodología de compra o venta debe basarse en métodos bien definidos que no permitan incluir ningún aspecto subjetivo.

Así, por ejemplo, se deben definir las acciones a realizar para el caso en que la volatilidad de la cartera sea superior en un 5% a la volatilidad del mercado. O qué hacer para evitar la toma de decisiones apresuradas en el momento en que «todo» sube o «todo» baja. De este modo la gestión de la cartera será eficaz, profesional y encaminada a la consecución de los objetivos especificados a largo plazo.

Estas políticas se basan en modelos de asignación de activos. Estos modelos pueden ser de dos tipos:

– **Asignación táctica** (*Tactical Asset Allocation*)

Este tipo de asignación se basa en la adecuación periódica y frecuente de la cartera de activos. Esta adecuación realizada a corto plazo, tiene como objetivo conseguir objetivos planteados a largo plazo mediante políticas a corto plazo.

La asignación táctica se basa en varios aspectos:

- Determinar si el precio teórico de una acción coincide con su cotización en el mercado.
- Revisar constantemente la composición de la cartera.
- Vigilar el nivel de riesgo asumido.

La asignación táctica analiza y sigue un amplio rango de empresas (tanto las incluidas en la cartera como las que están fuera) para determinar si éstas están infravaloradas o sobrevaloradas. En el caso de empresas infravaloradas, se analiza la conveniencia o no de comprar acciones y en caso afirmativo se procederá a comprar. Si, por el contrario, una empresa está sobrevalorada, se verá si la empresa está en cartera y en caso de estarlo se llevará a cabo la venta.

Normalmente cada semana se reúnen los gestores y estudian la política a corto plazo que se está llevando a cabo y si ésta es acorde con la política a largo plazo. No obstante, a pesar de realizar reuniones semanales en las que se revisa la composición de la cartera, esto no significa que la cartera varíe semanalmente.

Otro aspecto que tiene en cuenta la asignación táctica es la revisión del nivel de riesgo que se está asumiendo. Si éste aumenta por encima del nivel deseado por el inversor, la cartera se deberá adecuar.

Este tipo de asignación es realizado por los gestores que realizan una gestión activa de su cartera.

– **Asignación estratégica** *(Strategic Asset Allocation)*

La asignación estratégica se basa en la asignación de activos a largo plazo. Las características de este tipo de asignación se basan en:

- Objetivos a largo plazo
- Pocos cambios en la composición de la cartera
- No se tiene en cuenta el corto plazo

Los objetivos a largo plazo se determinan en el momento de crear la cartera. Los activos que componen esta cartera suelen elegirse en función de las expectativas a largo plazo. Por tanto, los cambios de la cartera no suelen ser frecuentes.

La cartera suele mantenerse inalterable a pesar de que el mercado esté en un momento bajista ya que el gestor suele considerar estos cambios como correcciones puntuales, lo que motiva que las reuniones de gestión sean mensuales y los únicos cambios que suelen hacerse se deben a aumentos o disminuciones de la exposición en renta variable, renta fija o liquidez de la cartera, es decir, del riesgo de ésta.

3.1.3. *Práctica y seguimiento de la asignación*

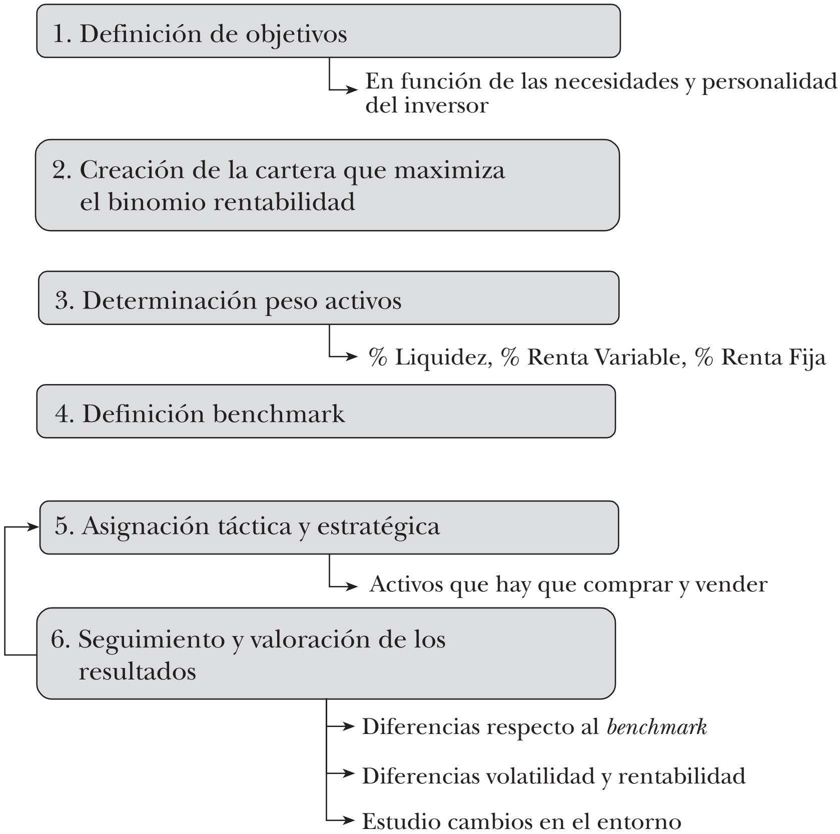
Una vez se han determinado los activos que compondrán la cartera, se debe realizar un seguimiento de aquéllos para saber si los objetivos de rentabilidad previstos se cumplen o no. Este seguimiento continuo se realiza mediante reuniones periódicas del gestor con su grupo de analistas.

En estas reuniones se analizan todos los datos relacionados con los activos como, por ejemplo, nuevos datos sobre ventas, beneficios, etc., así como los datos macroeconómicos como posibles subidas o bajadas de tipos de interés y el impacto que tendrán en la cartera, etc.

El seguimiento de los activos que componen la cartera también se centra en el estudio de las rentabilidades, desviaciones respecto al *benchmark* o cambios en el nivel de riesgo de la cartera. Durante el seguimiento se analiza la procedencia de los resultados, si se debe a la revalorización de activos, a la obtención de dividendos, apreciación o depreciación de la divisa, así como los motivos de cambio en el nivel de riesgo: si es debido a una situación coyuntural o concreta de un activo, etc.

Después de valorar los resultados obtenidos por la cartera, se comparan con el *benchmark* y se determina si son necesarios o no cambios en la cartera. En el caso de ser necesarios cambios en la composición de la cartera se volverá a la etapa de asignación de activos. El gestor realiza un seguimiento estrecho de estos activos y si al cabo de un tiempo son necesarios cambios se volverá a reestructurar la cartera.

A modo de resumen, los pasos que se realizan en la gestión de carteras son los siguientes:



Tras la lectura de esta parte, debe haber quedado claro:

1. Que la gestión pasiva no requiere una supervisión exhaustiva de la cartera.
2. Que la gestión activa busca aprovechar ineficiencias que aparezcan en el mercado.
3. Los objetivos de un inversor pueden ser:

   – Mantener el capital
   – Generar capital
   – Maximizar capital

   Cada uno de estos objetivos persigue diferentes niveles de rentabilidad y de riesgo.
4. Existen varios tipos de fondos de inversión para cada clase de inversor.
5. Antes de la creación de una cartera se deben determinar los objetivos de inversión, el peso de los activos en la cartera, el nivel máximo de riesgo que se asumirá, el *benchmark* por el cual será evaluado el gestor y las acciones que se realizarán en función de los posibles cambios en el mercado.
6. La asignación táctica se basa en políticas a corto plazo para lograr el objetivo a largo plazo y es llevada a cabo por la gestión activa.
7. La asignación estratégica se basa en políticas a largo plazo y es llevada a cabo por la gestión pasiva.

TEST. ASIGNACIÓN DE ACTIVOS Y DEFINICIÓN DE POLÍTICAS DE INVERSIÓN

1. ¿Cuál es el objetivo de la gestión pasiva de una cartera?

a) Lograr una rentabilidad parecida a la de un determinado índice

b) Realizar el máximo de operaciones para aprovechar anomalías en el mercado

c) Lograr una rentabilidad mejor a la de un determinado índice

d) Determinar el peso que tendrán los distintos activos en la cartera

2. ¿Cuál de las siguientes características es común en la gestión activa?

a) El gestor piensa que los precios de algunas acciones no reflejan toda la información existente en el mercado

b) El gestor podrá utilizar la estrategia de *asset allocation*

c) Intenta lograr una rentabilidad mayor a la de un determinado índice

d) Todas las respuestas anteriores son correctas

3. ¿Cuál de los siguientes enunciados sobre política de inversión es cierto?

a) La personalidad del inversor es el factor con mayor relevancia a la hora de determinar el peso que tendrán los activos en la cartera

b) En función de la estructura de activos que tenga la cartera se definirá un horizonte temporal u otro

c) Antes de definir el *benchmark* se ha de saber qué proporción tendrá la cartera en cada uno de los activos

d) Ninguna de las respuestas anteriores son correctas

4. Si un inversor desea generar capital, el fondo de inversión que se le recomienda es:

a) Un fondo que invierta en productos del mercado monetario

b) Un fondo que invierta su totalidad en renta variable pero cuya metodología de análisis sea el análisis fundamental

c) Un fondo de inversión que invierta su totalidad en valores de renta fija con una duración media de la cartera de 8 años

d) Un fondo de equilibrio, cuya proporción sea 50% en renta fija a corto plazo y 50% en renta variable

5. El gestor debe basar sus objetivos de inversión en:

a) Obtener la máxima rentabilidad asumiendo un riesgo mínimo

b) Determinar el peso que tienen los activos en la cartera

c) Observar el mercado y calcular constantemente sus rentabilidades

d) Ninguna de las respuestas anteriores es cierta

6. Si la inflación está al 2%, el tipo de interés en el mercado monetario está al 3% y la rentabilidad de la renta fija a largo plazo al 6%, ¿qué rentabilidad espera un inversor que busque maximizar su capital?

a) 2%

b) 3%

c) 6%

d) 8%

7. La política de inversión de una cartera viene definida por:

a) Nivel de riesgo que acepte el inversor

b) Horizonte temporal

c) Nivel de liquidez

d) Todas las respuestas anteriores son correctas

8. En cuál de las siguientes características se basa la asignación táctica:

a) Realiza pocos cambios en la composición de la cartera

b) Desea obtener una alta rentabilidad en un período corto de tiempo

c) Invierte en activos cuya cotización coincide con el precio teórico

d) Todas las respuestas anteriores son correctas

9. El objetivo de mantener el capital se logrará cuando:

a) La rentabilidad sea muy superior a la inflación

b) La rentabilidad real sea nula

c) Siempre que la rentabilidad financiero-fiscal sea positiva

d) La rentabilidad sea mayor al 2%

10. Cuando el gestor diseña una cartera, ¿cuál de las siguientes características es la más importante?

a) Las necesidades del inversor

b) Los activos con mayor riesgo para invertir en ellos

c) El importe a invertir

d) La rentabilidad que ofrece la renta variable

SOLUCIONES AL TEST ASIGNACIÓN DE ACTIVOS Y DEFINICIÓN DE POLÍTICAS DE INVERSIÓN

1.– A

2.– D

3.– C

4.– D

El objetivo de generar capital es la obtención de una rentabilidad aproximada a la tasa libre de tipo de interés más un pequeño diferencial. La única estructura de las expuestas que puede ofrecer una rentabilidad esperada igual al objetivo es la de la opción d.

5.– A

6.– D

El inversor que desea maximizar su rentabilidad busca la obtención de una rentabilidad esperada igual a la rentabilidad de la renta fija a largo plazo más un diferencial.

7.– D

8.– B

9.– B

Un inversor que quiere mantener su capital se conformará con mantener su nivel de riqueza; por tanto, buscará una rentabilidad esperada igual a la inflación.

10.– A

Bibliografía

BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. *Investments*. McGraw-Hill Irwin. Illinois, 2002.

ELTON, E.; GRUBER, M. *Modern portfolio theory and investments analysis.* John Wiley and soons. Nueva York, 1995.

FAMA, E.F. «Efficient Capital Markets: II», *Journal of Finance*, diciembre, 1575-1617. 1991.

GÓMEZ-BEZARES, F. *Gestión de Carteras*. Biblioteca de Gestión Desclée de Brouwer. S.A. Bilbao, 1993.

GORDILLO, M. *Guía de Performance, Riesgo y Rentabilidad*. Bancoval. Madrid, 2003.

MARKOWITZ, H. *Mean-Variance Analysis in portfolio choice and capital markets.* Basil Blackwell. Cambridge, 1989.

MARKOWITZ, H. *Portfolio Selection*. Ed. Blackwell Inc. Cambridge, 1991.

NEUBAUER, F. *Gestión de carteras. El concepto de beneficio potencial y su aplicación.* McGraw Hill. Madrid, 1991.

Real Decreto 1393/1990 de 2 de noviembre.

SHARPE, W. *Portfolio theory and capital markets.* McGraw-Hill. Nueva York, 1970.

www.cnmv.es

www.inverco.es

www.zsharpe.com

Tercera parte

Medidas estándar de medición de resultados

Objetivos de la tercera parte

Una vez leída la presente parte se deberá ser capaz de:

1. Medir la rentabilidad de distintas maneras en función de su utilidad.
2. Utilizar las principales ratios de rentabilidad ajustada por riesgo.
3. Crear un *benchmark* que permita evaluar los resultados del inversor.
4. Disponer de técnicas para poder comparar el comportamiento del fondo con el del *benchmark*.
5. Detectar la procedencia del exceso de rentabilidad del fondo frente al obtenido mediante el *benchmark*.

Capítulo 1

La rentabilidad como evaluación de resultados

Después del trabajo que ha realizado el gestor se debe realizar un estudio de los resultados que ha obtenido. Este análisis nos permitirá determinar si la gestión realizada ha sido buena o no.

Para ello, primero se presentarán las medidas de rentabilidad. Como las inversiones conllevan un riesgo, pasaremos a exponer algunas de las técnicas que permiten ajustar la rentabilidad en función del riesgo asumido. Finalmente se realizará un estudio de la rentabilidad para determinar su procedencia.

Por tanto, en este módulo se presentarán distintas técnicas para evaluar al gestor. Primero se analiza la rentabilidad obtenida y después esta rentabilidad se ajustará mediante el riesgo. Finalmente se estudiará la habilidad que ha tenido el gestor a la hora de invertir.

1.1. La rentabilidad como evaluación de resultados

1.1.1. *Evaluación en función de la rentabilidad*

La rentabilidad de un fondo de inversión suele ser fácilmente calculable mediante la siguiente fórmula:

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}}$$

donde:

P_{t-1} = Patrimonio en el momento t–1
P_t = Patrimonio en el momento *t*
r_t = Rentabilidad simple

No obstante, cuando se desea obtener la rentabilidad de un gestor de un determinado fondo de inversión en el que hay suscripciones y reembolsos, la obtención de la rentabilidad se complica. Por ejemplo, la rentabilidad de un mes no será el patrimonio a final de mes menos el patrimonio a inicio de mes partido entre el patrimonio a inicio de mes, sino que se deberán tener en cuenta las suscripciones y reembolsos producidos durante ese mes en el fondo. A este cálculo de rentabilidad se le llama rentabilidad de gestión, rentabilidad de gestor o *Time-Weighted Rate of Return.*

Una situación similar ocurre si intentamos calcular la rentabilidad desde el punto de vista del inversor. Si un inversor realiza aportaciones o reembolsos a un determinado fondo de inversión, la rentabilidad final obtenida no será igual al patrimonio final menos el inicial partido entre el inicial, sino que la rentabilidad deberá tener en cuenta las aportaciones y reembolsos que el inversor haya realizado a lo largo del período. Esta rentabilidad se conoce como rentabilidad de la cartera, rentabilidad del cliente, *Money-Weighted Rate of Return* o *Dollar-Weighted Rate of Return.*

1.1.2. *Rentabilidad del gestor*

Esta rentabilidad también recibe los nombres de rentabilidad de gestión o *Time-Weighted Rate of Return.* El cálculo de esta rentabilidad tiene en cuenta las aportaciones y reembolsos realizados por los partícipes del fondo:

$$\boxed{r_t = \frac{P_t - P_{t-1} + \text{reembolsos} - \text{suscripciones}}{P_{t-1}}}$$

Ejemplo 1

Supongamos que se tiene el siguiente fondo con las siguientes aportaciones y retiradas de efectivo:

Fecha	Patrimonio (flujos incluidos)	Flujos
1 enero	100	
10 enero	90	–15
20 enero	100	20
31 enero	110	–20

A simple vista, la rentabilidad obtenida por el gestor ha sido del 10%.

$$r_{enero} = \frac{110 - 100}{100} = 10\%$$

No obstante, este 10% sólo indica el incremento patrimonial. Para saber la rentabilidad se deben calcular las rentabilidades parciales descontado el efecto de los flujos de inversión.

El 10 de enero, el gestor tenía un patrimonio de 105, ya que el cuadro indica un patrimonio de 90 después de que el participe ha hecho un reembolso de 15. Por tanto, la rentabilidad a 10 de enero fue:

Patrimonio $_{10\ enero}$ = 90 + 15 = 105

Patrimonio $_{1\ enero}$ = 100

$$r_{10enero} = \frac{105 - 100}{100} = 5\%$$

El 20 de enero el gestor tiene un patrimonio final de 100 después de haber hecho ese mismo día una aportación de 20. Entonces, antes de dicha aportación el gestor tenía un patrimonio de 80. Su rentabilidad fue, por tanto

Patrimonio $_{20\ enero}$ = 100 – 20 = 80

Patrimonio $_{10\ enero}$ = 90

$$r_{20enero} = \frac{80 - 90}{90} = -11,11\%$$

Luego, la rentabilidad a 20 de enero es de –11,11%.

De manera análoga, para el 31 de enero la rentabilidad fue:

Patrimonio $_{31\ enero}$ = 110 + 20 = 130

Patrimonio $_{20\ enero}$ = 100

$$r_{30enero} = \frac{130 - 100}{100} = 30\%$$

Entonces, las rentabilidades parciales fueron:

Fecha	Patrimonio (flujos incluidos)	Flujos	Rentabilidades
1 enero	100		
10 enero	90	–15	5,00%
20 enero	100	20	–11,11%
31 enero	110	–20	30,00%

Calculadas las rentabilidades parciales, se supone que los rendimientos obtenidos se reinvierten en cada período. De este modo se puede obtener la rentabilidad a 31 de enero de manera geométrica.

$$(1+R_T) = (1+r_1)\,(1+r_2)\ldots(1+r_t)$$

donde:
R_T = Rentabilidad total
$r_{1,2\ldots t}$ = Rentabilidades de cada período

$$(1+R_T) = (1+0,05)\,(1-0,11,11)\,(1+0,3) = 1,2133$$
$$R_T = 1,2133 - 1 \rightarrow R_T = 21,33\%$$

Por tanto, la rentabilidad obtenida por el gestor ha sido del 21,33% en lugar del 10% que parecía a simple vista.

1.1.3. *Rentabilidad de la cartera*

Esta rentabilidad también recibe los nombres de rentabilidad del cliente, *Money-Weighted Rate of Return* o *Dollar-Weighted Rate of Return.*

La principal diferencia con la rentabilidad del gestor es que, en esta rentabilidad, el tiempo sí se tiene en cuenta. Por esta razón, esta rentabilidad sólo será utilizada para presentar la rentabilidad que han obtenido los clientes con sus inversiones.

La rentabilidad de la cartera va muy ligada al concepto de Tasa Interna de Rentabilidad (TIR) pues para obtener este tipo de rentabilidad se deben actualizar los flujos de dinero. Para ello se utilizará la siguiente fórmula:

$$\boxed{P_0 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\text{Flujos}_i}{(1+r_T)^{t_i}} - \frac{P_n}{(1+r_T)^{t_n}}}$$

donde:
P_0 = Patrimonio inicial invertido
P_n = Patrimonio final del período *n*
r_T = Rentabilidad de la inversión
t_i = Tiempo transcurrido desde el inicio de la inversión hasta *i* (el valor será t_n al final del período)

La principal diferencia con la rentabilidad del gestor radica en el factor tiempo y el importe de los ingresos y reembolsos que realice el cliente.

Ejemplo 2

Seguimos con el ejemplo 1, pero teniendo en cuenta que ahora se trata de la inversión de un cliente:

Fecha	Patrimonio (flujos incluidos)	Flujos	Inversión
1 enero	100		–100
10 enero	90	–15	–15
20 enero	100	20	20
31 enero	110	–20	130 (110+20)

El patrimonio el día 1 de enero es negativo porque se considera que realiza la inversión inicial.

Para calcular esta rentabilidad, se considera que el período de inversión va desde 1 de enero hasta el 31, es decir, se consideran estos 30 días. Por tanto, la variable tiempo será:

Fecha	Tiempo
1 enero	0,00
10 enero	0,30 (9/30)
20 enero	0,6333 (19/30)
31 enero	1,00 (30/30)

Luego, la rentabilidad obtenida es aquella que cumple la siguiente igualdad:

$$100 = -\frac{15}{(1+r_T)^{0,3}} + \frac{20}{(1+r_T)^{0,63}} + \frac{130}{(1+r_T)^{1}}$$

Utilizando iteraciones se obtiene que el valor r_T es igual a 33,86%. Por tanto, la rentabilidad mensual que ha obtenido el cliente mediante esta inversión ha sido del 33,86%.

Capítulo 2
La rentabilidad ajustada al riesgo

2.1. La rentabilidad ajustada al riesgo

El estudio por separado de la rentabilidad y el riesgo nos ofrece cierta información sobre un activo (o cartera). No obstante, como la rentabilidad de una cartera suele aumentar con su riesgo, se desea tener herramientas que permitan comparar distintas carteras. Estas herramientas serán también de gran utilidad para valorar el trabajo del gestor ya que permitirá distinguir a aquellos que han obtenido una buena rentabilidad con poco riesgo.

Los métodos de rentabilidad ajustada por riesgo surgieron juntamente con el *Capital Asset Pricing Model* (CAPM). Los pioneros de este tipo de análisis fueron William F. Sharpe (1966), Jack L. Treynor (1966) y Michael C. Jensen (1968), que reconocieron la importancia del CAPM para valorar al gestor de fondos de inversión. Todos ellos se basaron en las líneas de mercado, tanto la *Capital Market Line* (CML) como la *Security Market Line* (SML).

Por tanto, en este apartado se analizarán las principales ratios que miden la rentabilidad ajustada por riesgo. Todas estas ratios están basadas en datos *ex-post*, lo que significa que buenas ratios históricas no implican buenas ratios futuras.

Las ratios presentadas en este apartado sirven para elaborar clasificaciones (rankings) del comportamiento de los gestores.

2.1.1. *Ratio de Sharpe*

Esta ratio fue elaborada por William F. Sharpe (1966) y es una medida para comparar la prima de riesgo anual de un activo con su riesgo (medido por la volatilidad). Con esta ratio se puede determinar qué prima de rentabilidad extra se obtiene por cada unidad extra de riesgo. Esta ratio está basada en la CML.

$$\boxed{S_c = \frac{\overline{r}_c - \overline{r}_f}{\sigma_c}}$$

donde:

S_c = Ratio de Sharpe de la cartera
$\overline{r}_c$ = Rentabilidad anual media de la cartera
$\overline{r}_f$ = Rentabilidad anual media del activo libre de riesgo
σ_c = Volatilidad de la cartera

Lo ideal es que esta ratio sea lo mayor posible. De este modo la cartera proporciona la máxima rentabilidad extra posible teniendo en cuenta un aumento de una unidad de riesgo.

Ejemplo 1

Un activo arriesgado tiene una rentabilidad anual media del 8% y una volatilidad del 7%. Adicionalmente, la rentabilidad media anual del activo libre de riesgo es 2%. En este caso la ratio de Sharpe será:

$$S_c = \frac{\overline{r}_c - \overline{r}_f}{\sigma_c} = \frac{8\% - 2\%}{7\%} = 0,85$$

Si una cartera tiene el mismo riesgo que la anterior pero su rentabilidad es del 10%, la ratio de Sharpe será:

$$S_c = \frac{\overline{r}_c - \overline{r}_f}{\sigma_c} = \frac{10\% - 2\%}{7\%} = 1,14$$

Luego, podemos afirmar que el gestor de la segunda cartera lo ha hecho mejor que el de la primera ya que con el mismo riesgo (7%) ha obtenido una mayor rentabilidad (10% frente al 8%). Por tanto, cuanto mayor sea la ratio de Sharpe, mejor habrá sido la gestión del fondo.

2.1.2. *Índice de Treynor*

Este índice fue presentado por Jack L. Treynor (1966) y se basa en la SML. Al igual que la ratio de Sharpe, mide la prima de riesgo del activo por unidad de riesgo aunque en este caso se utiliza el riesgo sistemático, medido por el coeficiente beta.

El motivo de introducir el riesgo sistemático proviene de suponer que el gestor ha eliminado el riesgo específico y únicamente gestiona el riesgo sistemático. Por tanto, hay que pensar que la remuneración proviene del riesgo sistemático soportado por los inversores.

El índice de Treynor se define como

$$\boxed{T_c = \frac{\overline{r}_c - \overline{r}_f}{\beta_c}}$$

donde:
T_c = Índice de Treynor de la cartera
$\overline{r}_c$ = Rentabilidad anual media de la cartera
$\overline{r}_f$ = Rentabilidad anual media del activo libre de riesgo
β_c = Riesgo sistemático de la cartera

Al igual que la ratio de Sharpe, cuanto mayor sea este valor, mejor habrá sido la gestión del fondo.

Ejemplo 2

Siguiendo con el ejemplo 1, considere una cartera con rentabilidad anual media del 8% y cuyo coeficiente beta es 0,55. Suponga que el activo libre de riesgo tiene una rentabilidad del 2%. El índice de Treynor es:

$$T_c = \frac{\overline{r}_c - \overline{r}_f}{\beta_c} = \frac{8\% - 2\%}{0{,}55} = 0{,}11$$

Suponiendo que el mercado ha logrado una rentabilidad del 12%, el índice de Treynor para el mercado será:

$$T_m = \frac{\overline{r}_m - \overline{r}_f}{\beta_m} = \frac{12\% - 2\%}{1} = 0{,}10$$

En esta expresión hemos utilizado, tal como se vio en anteriores secciones, que el coeficiente beta del mercado es igual a 1.

Comparando los índices de Treynor para el mercado y para la cartera, se concluye que el gestor ha sabido gestionar correctamente el riesgo sistemático proporcionando mayor rentabilidad que una inversión directa en el índice de mercado.

2.1.3. *Alfa de Jensen*

En este caso, la propuesta presentada por Michael C. Jensen (1968) es sensiblemente distinta de las otras dos presentadas. Al igual que el índice de Treynor, este valor se basa en la SML pero sale de la rentabilidad esperada según el modelo CAPM.

El Alfa de Jensen compara la rentabilidad esperada de un activo con la rentabilidad real obtenida.

Para el cálculo de la rentabilidad esperada se utiliza el modelo CAPM. Este modelo incluye el riesgo sistemático asumido, la rentabilidad libre de riesgo y la rentabilidad del mercado. Esta rentabilidad esperada es la que debería obtener el gestor en función del riesgo sistemático asumido y la rentabilidad del activo libre de riesgo.

Como se vio anteriormente, este modelo establece la siguiente expresión para la rentabilidad esperada de un activo (o de una cartera en general):

$$E\left[r_c\right] = \overline{r}_f + \beta_c(\overline{r}_m - \overline{r}_f)$$

donde:
$E\left[r_c\right]$ = Rentabilidad esperada de la cartera
$\overline{r}_f$ = Rentabilidad anual media del activo libre de riesgo
$\overline{r}_m$ = Rentabilidad anual media del mercado
β_c = Riesgo sistemático de la cartera

Esta rentabilidad esperada se compara con la rentabilidad real lograda y se obtiene el Alfa de Jensen.

$$\boxed{\alpha_c = \overline{r}_c - E\left[r_c\right] = \overline{r}_c - \left[\overline{r}_f + \beta_c(\overline{r}_m - \overline{r}_f)\right]}$$

donde:
α_c = Alfa de Jensen
$\overline{r}_c$ = Rentabilidad real (media anual) de la cartera

Si el gestor ha alcanzado una rentabilidad mayor a la que se debería obtener según el modelo CAPM, entonces $\overline{r}_c$ será mayor a $E[r_c]$ y, por tanto, el Alfa de Jensen tomará un valor positivo. Esto indica que el gestor ha realizado un buen trabajo, pues para un riesgo sistemático asumido ha obtenido una rentabilidad mayor a la que se esperaba a priori. Por el contrario, si $\overline{r}_c$ es menor que $E[r_c]$ el Alfa de Jensen será un valor negativo, indica que el gestor no ha sabido gestionar bien su cartera.

Por tanto, si el Alfa de Jensen es positiva, se considerará que el gestor ha realizado una buena tarea. Adicionalmente, cuanto mayor sea este valor, mejor lo habrá hecho el gestor. De manera similar, un Alfa de Jensen negativa es un indicador de mala gestión de la cartera.

Ejemplo 3

Supongamos que una cartera tiene un coeficiente beta igual a 0,60, el activo libre de riesgo da una rentabilidad del 2% y la rentabilidad del mercado se sitúa en un 10%. Con estos datos la rentabilidad esperada para la cartera –según el modelo CAPM– será:

$$E\left[r_c\right] = \overline{r}_f + \beta_c(\overline{r}_m - \overline{r}_f) = 2\% + 0,60(10\% - 2\%) = 6,8\%$$

Por tanto, la rentabilidad esperada para esta cartera es del 6,8%. Suponga que existen tres gestores (A, B y C) que han obtenido, respectivamente, rentabilidades iguales a 5%, 7% y 8%. El Alfa de Jensen para estos gestores es:

Gestor A: $\alpha_c(A) = \overline{r}_c - E\left[r_c\right] = 5\% - 6,8\% = -1,8\%$

Gestor B: $\alpha_c(B) = \overline{r}_c - E\left[r_c\right] = 7\% - 6,8\% = 0,2\%$

Gestor C: $\alpha_c(C) = \overline{r}_c - E\left[r_c\right] = 8\% - 6,8\% = 1,2\%$

Luego, el gestor A no ha sabido gestionar bien su cartera ya que, para un riesgo sistemático asumido, ha logrado una rentabilidad menor que la teórica. Para los gestores B y C, su gestión ha sido buena porque el Alfa de Jensen es positiva, indicado que su rentabilidad ha sido superior a la teórica. No obstante, el gestor C ha alcanzado una mayor rentabilidad que el B. Por tanto, se concluye que el gestor C es el que mejor ha gestionado su cartera.

2.1.4. *Tracking error*

El exceso de rentabilidad[20] de una cierta cartera viene dado por la diferencia entre la rentabilidad de dicha cartera y la rentabilidad del *benchmark*.

$$ER = r_c - r_b$$

donde:
ER = Exceso de rentabilidad
r_c = Rentabilidad de la cartera
r_b = Rentabilidad del *benchmark*

El *tracking error* (o error de seguimiento) indica la volatilidad del exceso de rentabilidad. Su expresión es la siguiente:

20. No se debe confundir el exceso de rentabilidad con la prima de rentabilidad o prima de riesgo pues ésta indica la diferencia entre la rentabilidad de la cartera y la rentabilidad del activo libre de riesgo.

$$TE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{T}(ER_i - \overline{ER})^2}{T}}$$

donde:
TE = *Tracking error*
T = Número de períodos
ER_i = Exceso de rentabilidad del período *i*
$\overline{ER}$ = Valor medio del exceso de rentabilidad

Nótese que el *tracking error* es la fórmula de la volatilidad.

El *traking error* también puede expresarse como:

$$TE = \sqrt{\text{varianza cartera} - \text{beta} \cdot \text{varianza benchmark}}$$

Si la rentabilidad obtenida por la cartera difiere bastante de la rentabilidad del *benchmark*, el exceso de rentabilidad será distinto a cero. Cuanto mayor sea la diferencia, mayor será la volatilidad del exceso de rentabilidad, es decir, mayor será el *tracking error*.

Cuanto mayor sea el valor del *tracking error*, mayor será la diferencia entre la rentabilidad de la cartera y la del *benchmark*. En un principio puede pensarse que el gestor ha obtenido una rentabilidad mucho mayor que la del *benchmark*, ya que el exceso de rentabilidad es grande. No obstante, esta ratio no ofrece información sobre si la diferencia es positiva o negativa pues únicamente informa sobre las diferencias entre rentabilidades.

Por tanto, el *tracking error* sólo indica si la gestión ha obtenido resultados muy diferentes respecto del *benchmark* pero no indica si el resultado ha sido mejor o peor que el obtenido por dicho *benchmark*.

Ejemplo 4

Calcule el *tracking error* de la siguiente cartera:

Rentabilidad cartera	Rentabilidad *benchmark*	Exceso de rentabilidad
–4,21%	–0,55%	–3,66%
4,77%	–2,00%	6,77%
–3,97%	–4,68%	0,71%
2,71%	–4,63%	7,33%
0,07%	4,85%	–4,78%
–2,02%	2,88%	–4,89%
–4,95%	2,78%	–7,73%
–2,34%	–4,57%	2,23%
2,26%	–4,82%	7,09%

La media del exceso de rentabilidad es 0,34% y el *tracking error* 5,85%.

2.1.5. *Cociente de información*

El cociente de información parte del *tracking error* y soluciona el problema de éste pues sí que indica si el gestor ha superado al *benchmark* o no.

Este cociente se define como:

$$\boxed{CI = \frac{\overline{ER}}{TE}}$$

donde:
CI = Cociente de información
$\overline{ER}$ = Exceso de rentabilidad media
TE = *Tracking error*

El *tracking error* siempre será positivo y la media del exceso de rentabilidad puede ser positiva cuando la cartera se haya comportado mejor que el *benchmark*, o negativo en caso contrario.

Por tanto, a la hora de analizar el comportamiento de los gestores, se debería elegir un gestor con un cociente de información positivo antes que uno con un cociente negativo. Adicionalmente, entre dos gestores con cocientes positivos se debe elegir el gestor con superior cociente de información. De manera similar, entre dos gestores con cocientes negativos elegiremos aquel que haya obtenido un cociente menor.

Ejemplo 5

Siguiendo con el ejemplo 4, el cociente de información será:

$$CI = \frac{\overline{ER}}{TE} = \frac{0,34\%}{5,85\%} = 0,058$$

2.1.6. *M²*

El estudio de la ratio de Sharpe sirve para elaborar un ranking del comportamiento de las carteras o gestores: a mayor ratio mejor habrá sido el comportamiento. No obstante, existen dificultades para interpretar la diferencia existente entre ratios de Sharpe de distintas carteras, principalmente por la diferencia existente en las volatilidades.

Para una mejor interpretación se utilizará el siguiente ejemplo:

	Cartera A	Cartera B
r_f	2%	2%
r_c	10%	8%
σ_c	11%	7%
β_c	0,70	0,50
Ratio Sharpe	0,73	0,86

La diferencia de 0,13 en la ratio de Sharpe no ofrece mucha información y su valor en sí es complejo de interpretar. Para solucionar este problema se presentó una variante de la ratio de Sharpe, que fue propuesta por Graham y Harvey (1994) y que posteriormente fue popularizada por Leah Modigliani, nieta del premio Nobel de economía Franco Modigliani. Esta variante se conoce como M^2. Al igual que la ratio de Sharpe, esta medida se basa en la volatilidad, aunque en este caso se ajustan las volatilidades.

La M^2 nos dice si la rentabilidad de una cartera hubiera tenido la misma volatilidad que otra. Siguiendo el ejemplo, la M^2 diría qué rentabilidad hubiera obtenido la cartera A con la volatilidad de la cartera B.

Esta medida resulta útil a la hora de comparar distintas carteras con el *benchmark*.

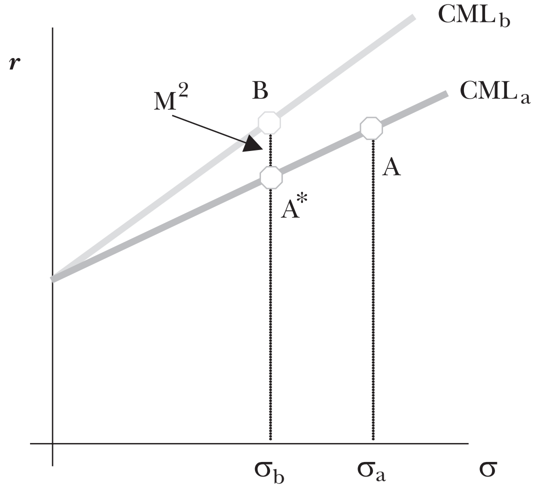
Esta ratio se calcula:

$$M^2 = S_a\sigma_b - S_b\sigma_b = (S_a - S_b)\sigma_b$$

donde:
S_a = Ratio de Sharpe de la cartera A
S_b = Ratio de Sharpe de la cartera B
σ = Volatilidad

Siguiendo el ejemplo anterior, la M^2 será igual a –0,91%. Esto significa que si la cartera A hubiera tenido la misma volatilidad que la cartera B, la rentabilidad que alcanzaría sería un 0,91% menos que la que ha obtenido la cartera B, es decir, una rentabilidad del 7,09%.

Gráficamente:



Por tanto, esta medida es de fácil interpretación para poder estudiar el comportamiento del inversor respecto a sus competidores y respecto al *benchmark*. Si se compara nuestra cartera con un índice u otra cartera, esta ratio debería ser positiva y cuanto mayor mejor.

2.1.7. *T*²

Siguiendo la misma explicación que la medida M^2 y basándose en la ratio de Treynor, se puede obtener la T^2.

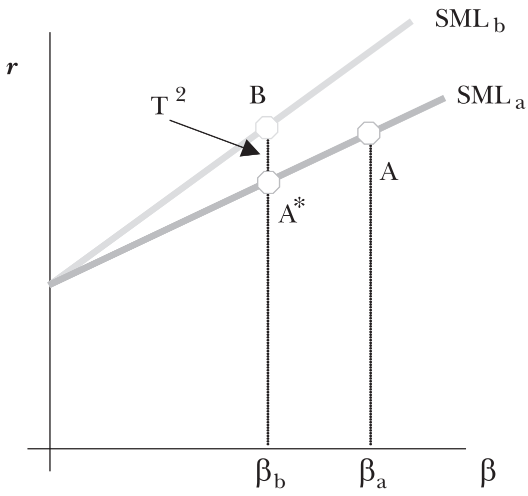
En este caso, el valor de T^2 dirá qué rentabilidad extra hubiera logrado el gestor si hubiera tenido el mismo riesgo sistemático que otra cartera o índice.

Siguiendo con el ejemplo mostrado en el apartado de la ratio M^2, la ratio de Treynor de la cartera A sería 0,1142 y de la cartera B 0,12. Para determinar qué rentabilidad hubiera alcanzado la cartera A con la beta de la cartera B se calcularía:

$$T^2 = T_a\beta_b - T_b\beta_b = (T_a - T_b)\ \beta_b$$

Aplicándolo al ejemplo se obtiene una T^2 igual a –0,29%. Por tanto, la cartera A con la beta de la cartera B hubiera logrado una rentabilidad 0,29% menor que la lograda por la cartera B; es decir, hubiera tenido una rentabilidad del 7,71%.

Gráficamente:



Igual que la M², esta ratio sirve para valorar cuantitativamente las diferencias entre varias carteras o entre varias carteras y un índice. Comparando nuestra cartera con otra o con un *benchmark*, esta ratio debería ser positiva y cuanto mayor mejor.

Resumiendo, las principales medidas de rentabilidad ajustada por riesgo son:

Medida de rentabilidad	Fórmula
Ratio de Sharpe	$S_c = \dfrac{\bar{r}_c - \bar{r}_f}{\sigma_c}$
Índice de Treynor	$T_c = \dfrac{\bar{r}_c - \bar{r}_f}{\beta_c}$
Alfa de Jensen	$\alpha_c = \bar{r}_c - E[r_c] = \bar{r}_c - [\bar{r}_f + \beta_c(\bar{r}_m - \bar{r}_f)]$
Tracking error	$TE = \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{T}(ER_i - \overline{ER})^2}{T}}$
Cociente de información	$CI = \dfrac{\overline{ER}}{TE}$
M^2	$M^2 = (S_a - S_b)\sigma_b$
T^2	$T^2 = (T_a - T_b)\ \beta_b$

Capítulo 3

Comparación con un índice de referencia. *Benchmark*

3.1. Comparación con un índice de referencia. *Benchmark*

3.1.1. *Requisitos del benchmark y principales índices de referencia*

El *benchmark* es un índice, título o cartera utilizado para el análisis de la evolución de un mercado y que también sirve para medir los resultados obtenidos por carteras o títulos similares. Por tanto, el *benchmark* es considerado como un elemento base para la comparación de resultados.

Cuando una persona realiza una inversión y ha obtenido una rentabilidad anual del 5%, no sabe si el gestor lo ha hecho bien o no. Para averiguarlo puede comparar la rentabilidad obtenida y la naturaleza de la inversión con un cierto *benchmark*. De este modo, si el *benchmark* ha obtenido un 10%, el inversor podrá decir que el gestor no ha sabido aprovechar las oportunidades de negocio. Por el contrario, si el *benchmark* ha obtenido un –3%, el inversor diría que el gestor ha realizado un excelente trabajo.

3.1.2. *Características del benchmark*

La principal característica del *benchmark* es la utilidad que tiene para comparar resultados y determinar objetivos ya que es considerado como inversión alternativa a la que realizamos nosotros.

Para que el *benchmark* resulte útil deberá cumplir las siguientes características:

a) Deben obtenerse datos a diario

Las cotizaciones disponibles en la mayoría de inversiones que se realizan son diarias. Por tanto, el *benchmark* también debe tener cotizaciones diarias, o en su defecto, datos diarios.

Supongamos un inversor que lee diariamente la prensa económica y se conecta varias veces a lo largo del día a páginas web especializadas en inversiones. Si este inversor realiza una aportación a un fondo de inversión cuyo objetivo es batir una determinada cartera, deseará saber qué comportamiento está teniendo dicha cartera. Si el resultado del *benchmark* se obtiene mensualmente, estos resultados no servirán al inversor para determinar si la gestión diaria del fondo ha sido buena o mala. Por este motivo, una de las principales características que debe tener el *benchmark* es la obtención de datos diarios.

b) Máxima similitud con la cartera

Para que los resultados puedan ser realmente comparables, el *benchmark* ha de ser tan parecido como sea posible a la cartera en la que invertimos.

Si un inversor adquiere un fondo de inversión que invierte el 100% en empresas japonesas, el Eurostoxx 50 no servirá como marco comparativo. Por el contrario, se debería encontrar un índice o una cartera modelo que sea lo más parecida posible al fondo de inversión. Un ejemplo puede ser el Nikkei 225.

Dentro de este marco, podemos definir tres tipos de *benchmark*:

– Índices

Los índices son los *benchmark* más habituales pues son ampliamente conocidos y de fácil búsqueda. Adicionalmente, los índices resumen en un único valor un conjunto de activos y la tendencia que éstos siguen.

Los índices comúnmente conocidos pueden agruparse en:

– Mercados de cotización (Ibex-35, Dow Jones Industrial Average, Nikkei 225, entre otros).
– Tipos de activo (JP Morgan Bond Index).
– Sectores Industriales (DJ Titans Telecomm, DJ Titans Utilities, etc.).
– Capitalización (Large-Cap, Mid-Cap, etc.).
– Estilo (Value, Growth, etc.).
– País (América Latina, India, etc.).

– Índices sintéticos

En algunos casos, sobre todo en fondos de inversión globales, las características de la política de inversión hacen que no puedan ser fácilmente comparables con algunos índices. Por este motivo se crean los denominados índices sintéticos. Normalmente estos índices son creados por el gestor con el objetivo de reflejar su estrategia de inversión.

– Peer Groups

Finalmente también suelen compararse las rentabilidades y volatilidades obtenidas por el gestor con las obtenidas por los demás fondos de la misma naturaleza, los denominados *Peer Groups*. La principal ventaja que tiene este tipo de *benchmark* es la de permitir la comparación directa de nuestro gestor con los demás.

Si nuestro gestor ha obtenido una rentabilidad superior a la de un determinado índice, podemos decir que el gestor es bueno. No obstante, si la mayoría de gestores han obtenido una rentabilidad superior a la del índice, ya no se puede estar tan seguro que nuestro gestor haya realizado un buen trabajo. Por tanto, su trabajo será de gran calidad siempre y cuando la rentabilidad del fondo que gestiona haya logrado una rentabilidad superior a la de sus compañeros.

3.1.3. *Comparación con benchmark*

Muchas de las personas que invierten en un fondo de inversión tienen como principal indicador de su rentabilidad distintos índices de referencia: Ibex-35, Eurostoxx 50, etc. Si estos índices suben, los inversores también piensan que ha aumentado el valor de sus participaciones en el fondo. Aunque esta relación directa no tiene por qué darse, hay que presentar los datos comparándolos con los distintos índices de referencia o *benchmark*.

Hasta ahora se han visto distintos métodos de comparación como la rentabilidad o la rentabilidad ajustada por riesgo. En las páginas siguientes se describirán distintas técnicas posibles para comparar los índices de referencia.

- Evolución de la rentabilidad
- *Box-plot* de los fondos y *benchmark*
- *Ranking* y *rating*

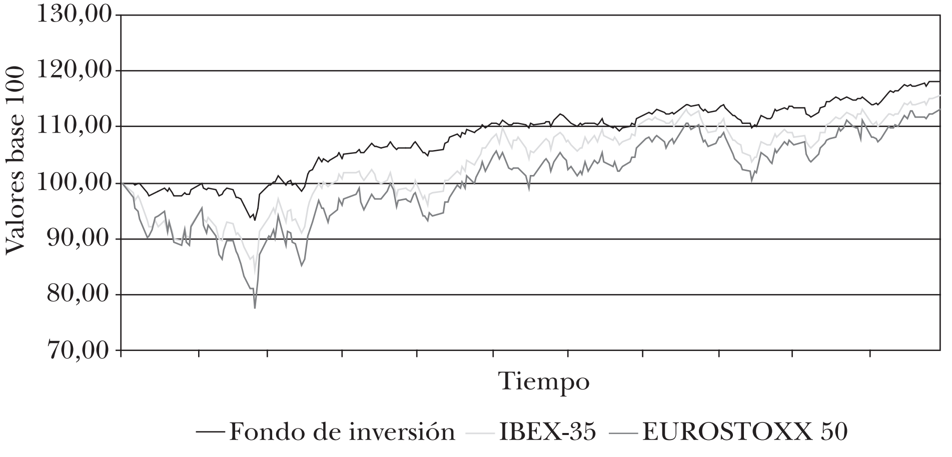
3.1.3.1. Evolución de la rentabilidad

La primera comparativa que puede presentarse al cliente es una comparativa de rentabilidades. Dicha comparativa presenta la evolución de las rentabilidades del fondo y del *benchmark*.

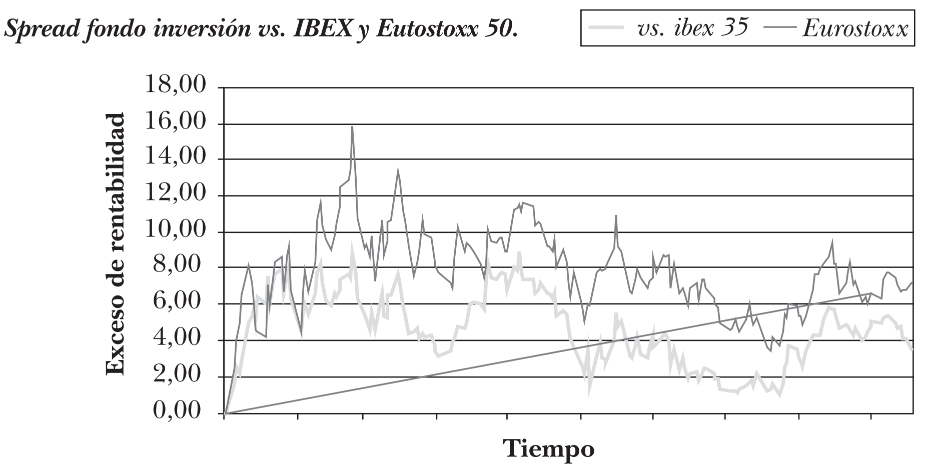
Ésta es una manera rápida y de fácil interpretación para comparar el fondo y el índice de referencia.

El siguiente gráfico muestra la evolución de un fondo de inversión y de dos índices bursátiles, el Ibex-35 y el Eurostoxx 50:

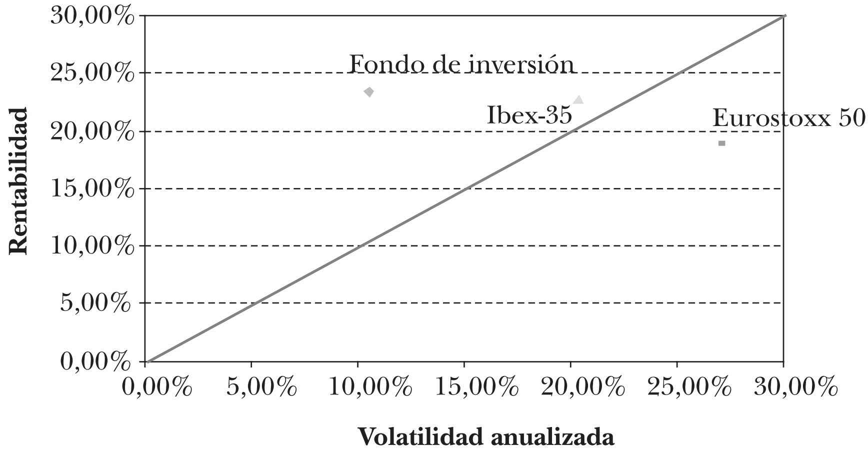
Gráficamente se observa de forma rápida el comportamiento del fondo respecto a los dos índices de referencia.



Otro modo de comparar resultados es mediante el gráfico de los excesos de rentabilidad, donde puede observarse el *spread* (diferencial) o diferencia entre la rentabilidad del fondo y la del *benchmark*. El mismo ejemplo anterior se presentaría del siguiente modo:



Ambos gráficos presentan el comportamiento de las diferentes rentabilidades. Además resulta interesante comparar la rentabilidad y el riesgo conjuntamente. Para ello se puede utilizar el siguiente gráfico que muestra la relación entre ambas variables.



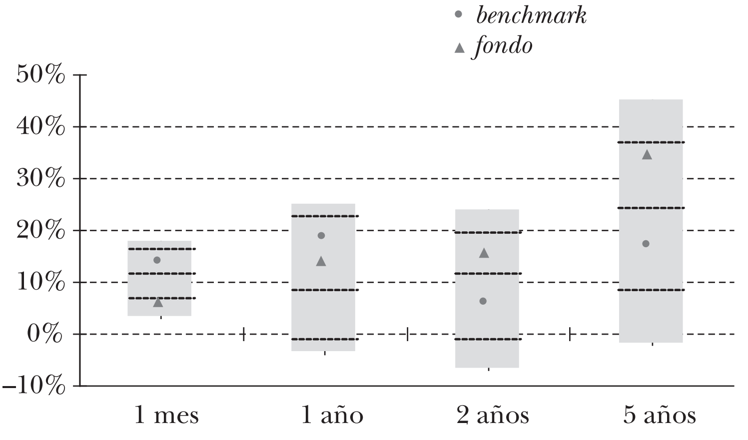
Este gráfico permite valorar el fondo de inversión con una mayor profundidad. Cuanto mayor sea la rentabilidad y menor la volatilidad, mejor. Este hecho indica que se ha obtenido una alta rentabilidad con poca volatilidad. La línea diagonal indicaría aquellos valores con ratios de Sharpe cercanos a uno. Puntos situados por encima de esta línea indicarían activos con ratios de Sharpe iguales o mayores a uno mientras que puntos situados bajo esta línea corresponden a activos cuya ratio de Sharpe es inferior a uno.

3.1.3.2. *BOX-PLOT* DE LOS FONDOS Y *BENCHMARK*

El gráfico *box-plot* permite visualizar la distribución de una serie de datos, diferenciando entre el primero, segundo, tercer y cuarto cuartil. Ordenados de mayor a menor, en cada cuartil se incluye el 25% de las observaciones. Por tanto, el *box-plot* está dividido en cuatro partes. La longitud de cada uno de los cuartiles indica la dispersión del 25% de observaciones. Es decir, cuanto mayor sea la longitud, mayor será la dispersión, y viceversa.

Por tanto, este gráfico es útil para comparar todas las rentabilidades de los fondos de inversión de una misma naturaleza frente al *benchmark*. Igualmente, este gráfico permite observar el comportamiento del fondo de inversión.

En el siguiente ejemplo se presentan cuatro *box-plot* para los mismos fondos de inversión y a distintos plazos.



Este gráfico indica que las rentabilidades del último mes han sido muy parecidas entre todos los fondos y que más del 75% de ellos han obtenido una rentabilidad mayor que el fondo analizado. Esto se observa en el triángulo que representa al fondo que está situado en el cuarto cuartil.

En la rentabilidad a 5 años se observa una dispersión mayor que la rentabilidad a un mes pues la longitud del *box-plot* es mayor, lo que indica que, centrándonos en este plazo, el 50% de los fondos de inversión han obtenido una rentabilidad mayor que la del índice.

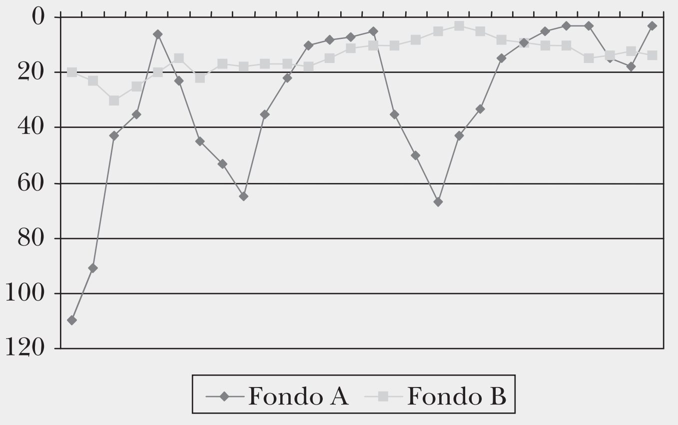
3.1.3.3. *Ranking* y *rating*

Otra alternativa para comparar fondos de inversión es utilizar medidas como el *ranking* y el *rating*.

Mediante el *ranking* se ordenan de mayor a menor rentabilidad todos los fondos de inversión de una misma naturaleza. Así, un fondo situado en el número 4 del *ranking* significa que es el cuarto fondo con mejor rentabilidad.

El problema del *ranking* es que toma la rentabilidad de un determinado día y, por tanto, la comparación resulta ser estática. A modo de ejemplo, el gráfico siguiente ilustra la evolución del *ranking* de dos fondos de inversión.

Ejemplo 1



Para un día concreto, entre los 110 fondos de la misma naturaleza, el fondo A está situado en la posición 3 y el fondo B está situado en la posición 14. Normalmente, los *rankings* suelen aparecer en la prensa especializada. Si únicamente se tuviera la posición en el *ranking*, se podría llegar a la conclusión que el fondo A es mejor que el fondo B. No obstante, al analizar la evolución del *ranking* se observa que el fondo B, además de situarse en las primeras posiciones, es menos volátil que el fondo A.

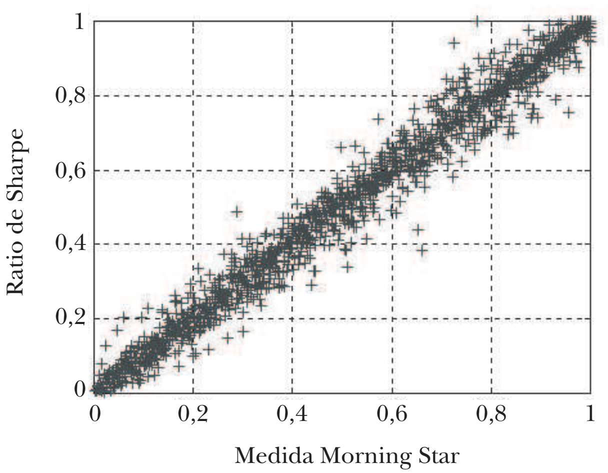
Para solucionar los problemas relacionados con el *ranking*, se puede optar por el *rating*. El *rating* es elaborado por casas independientes (como Morningstar o Lippers) y su objetivo es elaborar también un *ranking* pero a partir de información histórica de rentabilidad y volatilidad del fondo.

El primer paso para obtener el *rating* es elaborar una medida de rentabilidad ajustada por riesgo. Esta medida suele ser muy parecida a la ratio de Sharpe. Una vez todos los fondos estén evaluados, se ordenarán de mejor a peor resultado. Los fondos con mejores resultados obtendrán los mejores *ratings*.

Para Morningstar, los fondos de inversión se dividen en varias categorías en función de su perfil de inversión. Cada categoría es evaluada mediante una medida de rentabilidad ajustada por riesgo. Posteriormente se ordenan los fondos de inversión de mejor a peor resultado. Una vez ordenados se les da de una a cinco estrellas en función del percentil en el que se sitúen. Los mejores fondos reciben un *rating* de cinco estrellas mientras que los peores obtendrán solamente una estrella.

Rentabilidad ajustada por riesgo	Percentil	Estrellas
Menor	0 – 10	✪ (1)
↓	10 – 32,5	✪✪ (2)
	32,5 – 67,5	✪ ✪ ✪ (3)
	67,5 – 90	✪ ✪ ✪ ✪ (4)
Mayor	90 – 100	✪ ✪ ✪ ✪ ✪ (5)

Willam Sharpe (1997) analizó entre 1994 y 1996 la evolución de 1.286 fondos de inversión para demostrar que la medida de rentabilidad ajustada por riesgo utilizada por Morningstar es muy parecida a la ratio de Sharpe. Este parecido puede observarse en el siguiente gráfico:



Fuente: William F. Sharpe. Morningstar Performance Measures. *www.wsharpe.com*

Capítulo 4

Atribución de resultados
Proceso y cálculo de la atribución

4.1. Atribución de resultados. Proceso y cálculos de la atribución

Antes de empezar la elaboración de una cartera, el gestor analiza los distintos mercados y determinará qué peso dar a cada uno de estos mercados en función de sus expectativas de crecimiento. Una vez analizados los diferentes mercados, el gestor decidirá qué porcentaje dedica a renta variable, a renta fija y a liquidez. Posteriormente estudiará cada uno de los activos e invertirá en aquéllos de los que se espere un mayor potencial de revalorización. Juntamente con estas decisiones, el gestor también analizará los sectores y países en los que puede invertir.

Todas estas decisiones influyen directamente en la rentabilidad final de la cartera. Esta rentabilidad se comparará con la obtenida por el *benchmark* y si la diferencia es positiva significará que el gestor ha batido el índice de referencia. Por el contrario, una diferencia negativa indica que su gestión no habrá sido buena. Las expresiones involucradas en esta comparación son las siguientes:

$$ER = r_c - r_b$$

$$r_c = \sum_{i=1}^{n} w_{ci} r_{ci}$$

$$r_b = \sum_{i=1}^{n} W_{bi} R_{bi}$$

donde:

ER = Exceso de rentabilidad
r_c = Rentabilidad de la cartera
r_b = Rentabilidad del *benchmark*
w_{ci} = Peso del activo *i* en la cartera
W_{bi} = Peso del activo *i* en el *benchmark*
r_{ci} = Rentabilidad del activo *i* en la cartera
R_{bi} = Rentabilidad del activo *i* en el *benchmark*

Llegado a este punto el gestor querrá determinar qué decisiones han sido buenas y cuáles no. Como su objetivo es saber de dónde procede el exceso de rentabilidad, se analizarán las siguientes decisiones:

$$r_c - r_b = \begin{cases} \text{– } \textit{Asset allocation} \text{ o asignación de activos} \\ \text{– } \textit{Security selection} \text{ o selección de activos} \\ \text{– } \textit{Sector selection} \text{ o selección de sectores} \\ \text{– } \textit{Country selection} \text{ o selección de países} \\ \text{– } \textit{Currency selection} \text{ o selección de divisas} \\ \text{– } \textit{Market timing} \text{ o adecuación temporal} \end{cases}$$

La mayoría de los análisis de toma de decisiones se limitan a las dos primeras alternativas, esto es, *asset allocation* y *security selection.*

4.2. *Asset allocation* o asignación de activos

El *asset allocation* o asignación de activos indica la parte del exceso de rentabilidad que viene explicada por la diferencia de pesos de cada tipo de activo respecto al *benchmark*. Por tanto, su objetivo es saber qué parte de la rentabilidad extra ha venido determinada por la elección entre renta variable, renta fija y liquidez.

$$\boxed{r_{\text{asset allocation}} = \sum_{i=1}^{n} (w_i - W_i) R_i}$$

donde:
w_i = Peso del activo *i* en la cartera
W_i = Peso del activo *i* en el *benchmark*
R_i = Rentabilidad del activo *i* obtenida por el *benchmark*

Partiendo de la rentabilidad obtenida por el *benchmark*, se resta la diferencia de los pesos asignados a cada uno de los activos.

Ejemplo 1

Suponga que la rentabilidad lograda en el último año por una cierta cartera ha sido del 5,78% mientras que el índice de referencia ha dado una rentabilidad anual del 5,37%. El gestor desea saber qué parte del exceso de rentabilidad viene explicado por su decisión de otorgar un peso determinado a la renta variable, la renta fija y la liquidez.

El exceso de rentabilidad ha sido del 0,41% (5,78% – 5,37%). Para saber qué parte de este exceso viene explicado por el peso entre los distintos tipos de activos, se debe realizar lo siguiente:

Tipos de activos	Peso en la cartera	Peso en el *benchmark*	Rentabilidad del *benchmark*	Contribución rentabilidad por *asset allocation*
Renta variable (Eurostoxx 50)	80%	70%	6,20%	(a)
Renta fija (bonos nacionales)	15%	10%	4,20%	(b)
Liquidez	5%	15%	2%	(c)

El gestor ha decidido otorgar mayor peso a los activos de renta variable y de renta fija que el índice de referencia. Por tanto, para saber si esta decisión ha sido positiva o negativa se calcularán las diferencias entre los pesos otorgados y la rentabilidad del *benchmark*.

(a) Renta variable (Eurostoxx 50) = (80% – 70%) · 6,20% = 0,31%

Por haber dado mayor peso a la renta variable, el gestor ha obtenido un 0,31% de rentabilidad más.

(b) Renta fija (Bonos nacionales) = (15% – 10%) · 4,20% = 0,21%

(c) Liquidez = (5% – 15%) · 2% = –0,20%

Por *asset allocation* el gestor ha obtenido un 0,32% (0,31% + 0,21% – 0,20%).

Por tanto, del 0,41% de exceso de rentabilidad, 0,32% viene explicado por la decisión del gestor de otorgar mayor peso a la renta variable y a la renta fija en detrimento de la liquidez.

4.3. *Security selection* o selección de activos

La *security selection* es la parte del exceso de rentabilidad que se explica por la diferencia de rentabilidad lograda en cada tipo de activo.

Una vez el gestor ha decidido el peso en cada uno de los tipos de activos, pasará a seleccionar los activos en los que invertirá. Esta decisión le reportará un sesgo de rentabilidad respecto a la de su *benchmark*.

Para el cálculo de la rentabilidad aportada por la *security selection* se utilizan los pesos de los activos utilizados en la cartera y se multiplican por la diferencia de rentabilidades de cada tipo de activo.

$$r_{\text{security selection}} = \sum_{i=1}^{n} w_i (r_i - R_i)$$

donde:
w_i = Peso del activo *i* en la cartera
r_i = Rentabilidad del activo *i* obtenida por el gestor
R_i = Rentabilidad del activo *i* obtenida por el *benchmark*

Ejemplo 2

Siguiendo el ejemplo 1, para el cálculo del exceso de rentabilidad aportado por *security selection* se necesitaría una información que no se sabe: la rentabilidad lograda por el gestor en cada uno de los tipos de activos.

Tipos de activos	Peso en la cartera	Peso en el *benchmark*	Rent. del *benchmark*	Rent. de la cartera	Contribución rentabilidad por *security selection*
Renta variable (Eurostoxx 50)	80%	70%	6,20%	6,35%	(a)
Renta fija (bonos nacionales)	15%	10%	4,20%	4%	(b)
Liquidez	5%	15%	2%	2%	(c)

Con la información aportada visualmente, el gestor ha logrado una rentabilidad mayor en renta variable que el *benchmark*, aunque en renta fija el *benchmark* ha obtenido más. En liquidez, la rentabilidad ha sido la misma porque se supone que en la liquidez no hay selección de activos.

La rentabilidad aportada por la selección de activos se obtendría del siguiente modo:

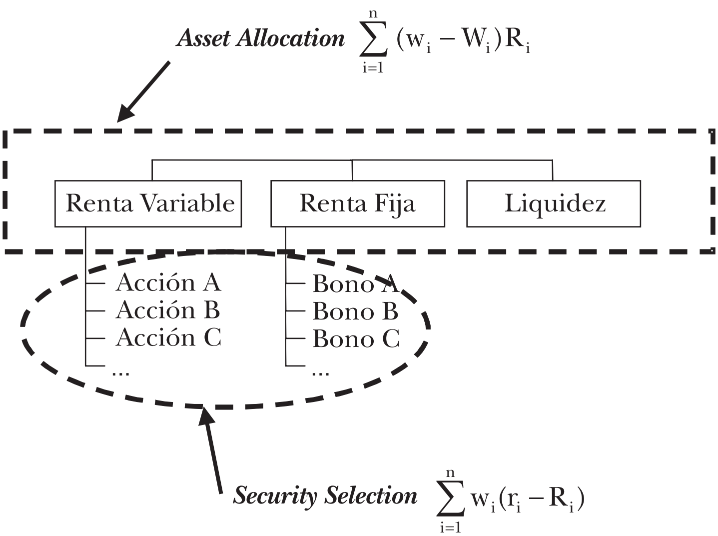
(a) Renta variable (Eurostoxx 50) = (6,35% – 6,20%) · 80% = 0,12%

(b) Renta fija (Bonos nacionales) = (4% – 4,20%) · 15% = –0,03%

(c) Liquidez = (2% – 2%) · 5% = 0,00 %

Por tanto, la rentabilidad aportada por la selección de activos ha sido del 0,09% (0,12% – 0,03%).

Gráficamente, la diferencia entre *asset allocation* y *security selection* sería:



En el ejemplo utilizado el gestor ha logrado un exceso de rentabilidad total de 0,41%, del cual un 0,32% es aportado por la asignación de activos o *asset allocation* y un 0,09% por la selección de activos o *security selection.*

4.4. *Sector selection* o selección de sectores

La selección de sectores es la parte del exceso de rentabilidad que viene explicada por el peso que el gestor otorga a cada tipo de sector. Este peso puede ser distinto del otorgado por el índice de referencia.

Esta rentabilidad se encuentra de igual forma que la calculada a partir de asignación de activos, aunque en este caso se consideran los pesos que gestor e índice otorgan a los sectores (y no a los activos).

$$r_{\text{sector selection}} = \sum_{i=1}^{n} (w_i - W_i) R_i$$

donde:
w_i = Peso del sector *i* en la cartera
W_i = Peso del sector *i* en el *benchmark*
R_i = Rentabilidad del sector *i* obtenida por el *benchmark*

Ejemplo 3

Sectores	Peso en el Eurostoxx 50	Peso en la cartera	Rentabilidad del sector	Contribución rentabilidad por *sector selection*
Alimentación	8,76%	3,21%	–0,57%	0,03%
Automóvil	4,05%	2,33%	–2,38%	0,04%
Banca	12,26%	15,27%	1,87%	0,06%
Eléctrico	7,55%	9,49%	4,28%	0,08%
Farmacéutico	2,94%	5,21%	8,73%	0,20%
Industrial	3,22%	2,29%	–4,83%	0,04%
Lujo	6,20%	1,28%	–2,84%	0,14%
Materiales	5,50%	7,23%	7,33%	0,13%
Media	1,12%	2,27%	0,84%	0,01%
Petróleo	11,46%	20,32%	2,33%	0,21%
Químico	9,83%	12,48%	7,21%	0,19%
Seguros	14,63%	8,74%	–4,88%	0,29%
Tecnología	9,51%	3,55%	4,65%	–0,28%
Telecomunicaciones	2,98%	6,33%	2,43%	0,08%

Fuente: Expansión *y elaboración propia.*

El sector alimentación tiene un peso en el Eurostoxx 50 del 8,76% mientras que el gestor le ha dado un 3,21% en su cartera. Por tanto, la diferencia de peso ha sido del –5,55%. Como este sector ha obtenido una rentabilidad negativa del –0,57% y el gestor lo ha infraponderado, la contribución al exceso de rentabilidad del sector alimentación ha sido del 0,03% (– 5,55% × – 0,57%). Repitiendo este proceso para los demás sectores se puede comprobar que la rentabilidad extra explicada por la selección de sectores ha sido del 1,22%.

4.5. *Country selection* o selección de países

El gestor también elige los países en los que invierte. Por tanto, también debe analizarse la rentabilidad extra aportada por este concepto.

El cálculo de esta rentabilidad es similar al realizado en *asset allocation,* pero considerando los pesos de los países en lugar de los otorgados a los activos.

$$r_{\text{country selection}} = \sum_{i=1}^{n} (w_i - W_i) R_i$$

donde:
w_i = Peso del país *i* en la cartera
W_i = Peso del país *i* en el *benchmark*
R_i = Rentabilidad del país *i* obtenida por el *benchmark*

Ejemplo 4

Sectores	Peso en el *benchmark*	Peso en la cartera	Rentabilidad por país	Contribución rentabilidad por *country selection*
Europa	53,15%	57,49%	–3,28%	–0,14%
Estados Unidos	21,45%	10,33%	–7,33%	0,82%
América Latina	10,47%	15,79%	4,84%	0,26%
Japón	14,93%	16,39%	5,21%	0,08%

La contribución a la rentabilidad aportada por la selección de países en Europa ha sido del –0,14%. Este dato es obtenido calculando la diferencia en los pesos otorgados a este continente en la cartera (57,49%) y en el *benchmark* (53,15%) y multiplicando esta diferencia por la rentabilidad de Europa. Repitiendo este proceso para el resto de zonas geográficas se comprueba que el gestor ha logrado un 1,01% más que el *benchmark* por este concepto.

4.6. *Currency selection* o selección de divisas

Considere un gestor europeo que invierte solamente en el Nikkei 225 y suponga que, al cabo de un año, la rentabilidad de este índice ha sido del 0%. En este caso el gestor puede estar ganando o perdiendo dinero en función de la apreciación o depreciación del yen.

Por este motivo es interesante estudiar también el efecto que tiene la apreciación o depreciación de las monedas sobre la rentabilidad del gestor. Obviamente, si el gestor es europeo, se deberá estudiar el impacto que tiene la apreciación o depreciación del euro respecto a las demás divisas.

Para estudiar este efecto nos basamos, de manera similar a lo realizado en *asset allocation,* en los pesos que otorgan el índice de referencia y la cartera a cada una de las divisas.

$$\boxed{r_{\text{currency selection}} = \sum_{i=1}^{n} (w_i - W_i) R_i}$$

donde:
w_i = Peso de la divisa *i* en la cartera
W_i = Peso de la divisa *i* en el *benchmark*
R_i = Rentabilidad de la divisa *i* obtenida por el *benchmark*

Ejemplo 5

Siguiendo el ejemplo 4:

Sectores	Peso en el *benchmark*	Peso en la cartera	Apreciación/ depreciación	Contribución rentabilidad por *currency selection*
Europa	53,15%	57,49%		0,00%
Estados Unidos	21,45%	10,33%	–23,00%	2,56%
América Latina	10,47%	15,79%	14,00%	0,74%
Japón	14,93%	16,39%	–12,00%	–0,18%

Si suponemos que el gestor es europeo, este análisis no tendrá en cuenta el euro.

La rentabilidad total aportada por la apreciación o depreciación de la moneda ha sido del 3,13%. Para el dólar americano la aportación ha sido del 2,56%, ya que ha infraponderado esa región en un 11,12% (10,33% – – 21,45%) y, al depreciarse la moneda americana en un 23%, la aportación ha sido positiva en un 2,56% [(–11,12%) × (–23,00%)].

4.7. *Market timing* o adecuación temporal

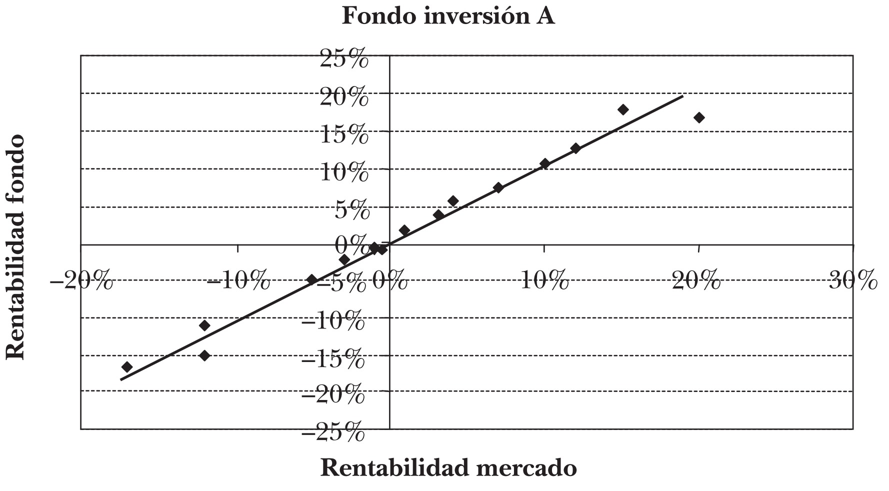
La adecuación temporal podría definirse como «estar en el lugar preciso en el momento preciso con los activos precisos».

Los datos macroeconómicos, los resultados empresariales y las recomendaciones realizadas por bancos y sociedades de inversión son variables que influyen en la cotización de un determinado activo provocando que aumente o disminuya de valor. Estos movimientos deben ser anticipados por el gestor, adecuando la cartera antes de que se produzcan estos movimientos. En función de la rápida reacción se derivará una mejor o peor rentabilidad.

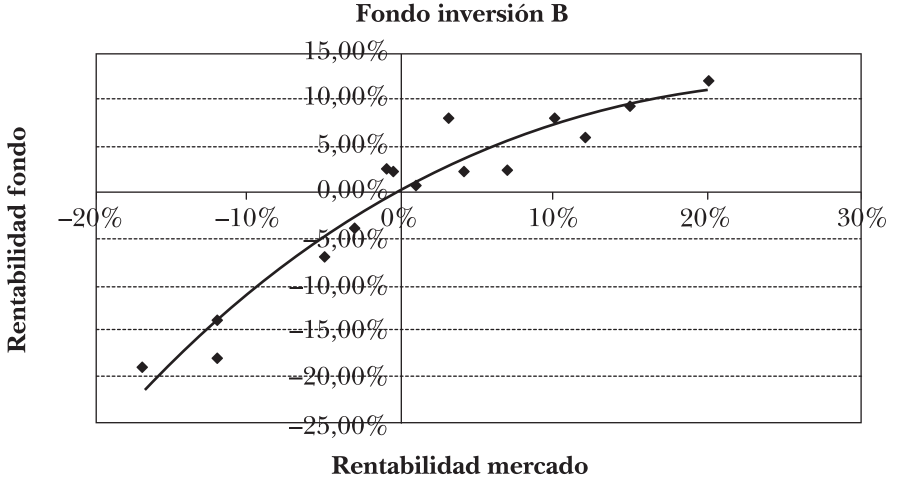
Si el gestor prevé que la renta variable sufrirá una brusca bajada de rentabilidades deberá reaccionar inmediatamente. En este caso el gestor podrá cubrir la cartera mediante productos derivados o incluso tomar posiciones cortas (venta al descubierto) permitiéndole obtener beneficios ante bajadas de precio de las cotizaciones. Si su fondo de inversión no le permite invertir en productos derivados, deberá hacerlo en aquellos activos con betas lo más pequeños posibles (o incluso negativos). Si el coeficiente beta es inferior a uno, una bajada en la rentabilidad del mercado de un punto porcentual implicará una bajada de la rentabilidad del activo menor que uno. Por otro lado, si el beta fuera negativo bajadas de rentabilidad en el mercado implicarán subidas de rentabilidad del activo.

En el caso contrario, si se prevé un aumento de rentabilidades del mercado, el gestor deberá adecuar la cartera para que logre mejor rentabilidad que la del mercado, con productos derivados o activos con beta mayor a uno.

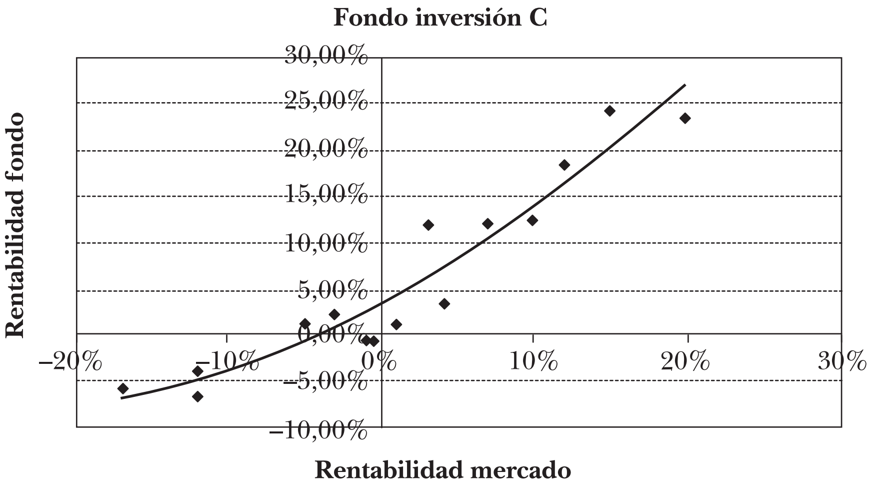
Para poder saber si el gestor adecua correctamente su cartera frente a cambios en el mercado puede ser útil realizar un gráfico comparativo de la rentabilidad de la cartera y la rentabilidad del mercado. Veamos algunos ejemplos:



El gestor del fondo de inversión A ha logrado una rentabilidad parecida a la del mercado, no ha adecuado correctamente su fondo ante movimientos del mercado.



El gestor del fondo B ha obtenido rentabilidades peores que las del mercado. Cuando el mercado obtenía rentabilidades positivas, el fondo también las alcanzaba, pero en menor medida.



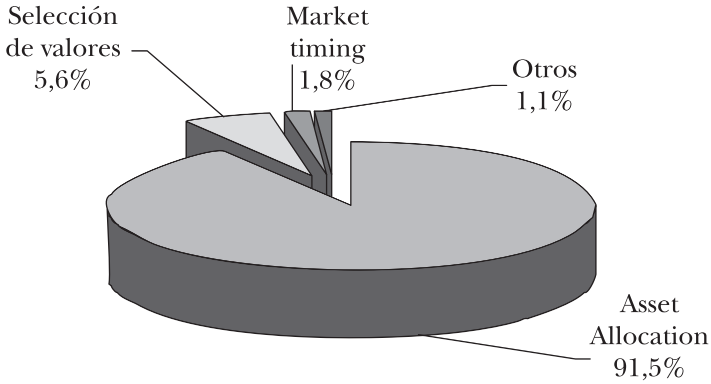
El gestor del fondo de inversión C ha logrado batir al mercado, ha sabido adaptar la cartera frente a cambios en el mercado. Podemos señalar dos hechos en función de la evolución del mercado:

- Cuando el mercado obtenía rentabilidades positivas, el fondo también las obtenía pero en mayor cuantía.
- Cuando el mercado estaba bajando, el fondo también proporciona rentabilidades negativas pero en menor medida.

El *market timing* es importante cuando se está realizando una gestión activa del fondo, pues el valor añadido de la gestión activa es –precisamente– batir al mercado.

4.8. Estudios recientes

A simple vista parece que la selección de activos y la adecuación temporal son las alternativas que explican la mayor parte de la rentabilidad. No obstante, estudiosos como Brinson, Singer y Beebower (1991) y Sharpe (1992) demuestran que la mayor parte del exceso de rentabilidad (91,5%) viene explicado por la asignación de activos. Esto implica que los esfuerzos de una gestión activa, que se concentra principalmente en la selección de activos y en la adecuación temporal, aportan poca rentabilidad extra, mientras que los esfuerzos realizados por una gestión pasiva, concentrada mayoritariamente en la asignación de activos, explican la mayoría de la rentabilidad extra.

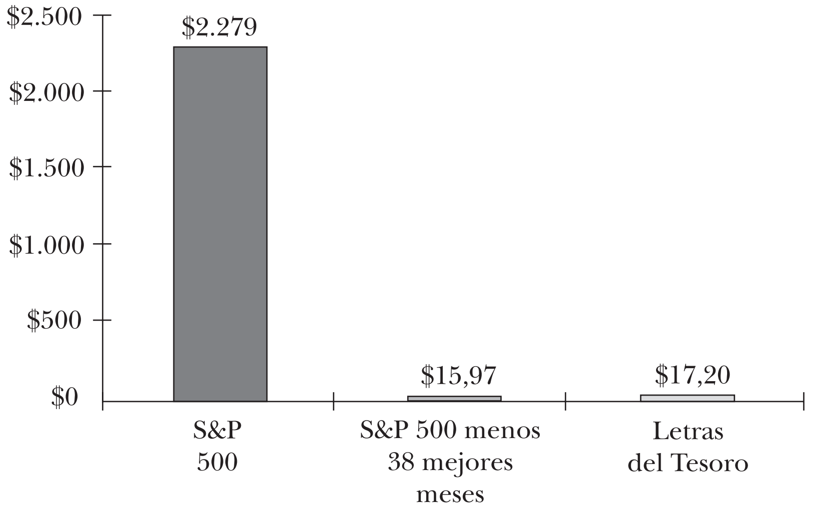


Fuente: Brinson, Singer, Beebower (1991)

En el gráfico puede observarse que la mayoría del exceso de rentabilidad (un 91,5%) viene explicado por la asignación de activos, mientras que un 5,6% de dicho exceso es explicado por la selección de activos y sólo un 1,8% por la adecuación temporal.

Otros estudios elaborados por Ibbotson (2001) sobre el S&P 500 vienen a decir que la rentabilidad puede verse reducida drásticamente si no se adecua correctamente la cartera al mercado.

Rendimiento de 1 USD invertido desde 1925 hasta 2001:

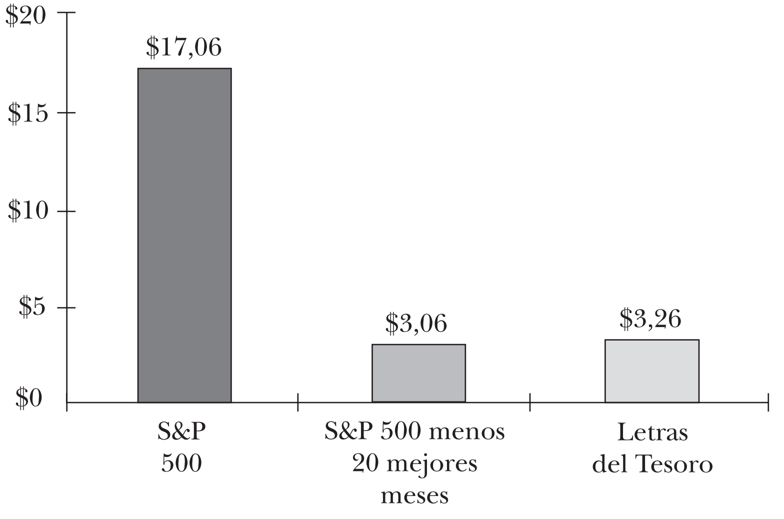


Fuente: Ibbotson (2001)

El gráfico de la página anterior muestra que un dólar americano invertido en 1925 en el S&P 500 se habría convertido en 2.279 dólares en 2001. No obstante, si de este período de 76 años se restan los 38 mejores meses (algo más de tres años) la cantidad obtenida desciende drásticamente hasta 15,97 dólares. Esta cantidad es inferior a la que se habría obtenido invirtiendo en Letras del Tesoro. Este hecho quiere decir que, si el gestor no hubiera adecuado bien su cartera en estos 38 meses, la rentabilidad lograda habría sido mucho menor que la de las Letras del Tesoro.

El mismo estudio, para un período más corto (20 años), revela también la importancia de los aciertos conseguidos mediante adecuación temporal.

Rendimiento de 1 USD invertido desde 1981 hasta 2001:



Fuente: Ibbotson (2001)

Tras la lectura de esta parte debe haber quedado claro:

1. La rentabilidad de gestión o *Time-weighted rate of return* sirve para medir el resultado del gestor.
2. La rentabilidad de la cartera o *Money-weighted rate of return* se utiliza para presentar los resultados al cliente.
3. Las principales medidas de rentabilidad ajustada por riesgo son:
   - Ratio de Sharpe
   - Índice de Treynor
   - Alfa de Jensen
   - Cociente de información
4. La ratio de Sharpe utiliza como medida de riesgo la volatilidad, mientras que el índice de Treynor y el Alfa de Jensen se basan en el coeficiente beta.
5. Para crear un *benchmark,* éste debe cumplir las siguientes características:
   - Obtención de valores a diario
   - Máxima similitud con la cartera
6. El *ranking* de la cartera es estático mientras que el *rating* es dinámico.
7. Las dos principales medidas de atribución del riesgo son *asset allocation* y *security selection.*
8. La *asset allocation* mide la rentabilidad extra de la cartera debida a la diferencia de pesos asignados a cada tipo de activo respecto al *benchmark.*
9. La *security selection* mide la rentabilidad extra de la cartera debida a las diferencias de rentabilidad obtenidas por cada tipo de activo.

TEST
MEDIDAS ESTÁNDAR DE MEDICIÓN DE RESULTADOS

1. Utilizando los datos presentados a continuación, ¿cuál ha sido la rentabilidad de gestión o *Time-weighted rate of return*?

Fecha	Patrimonio (flujos incluidos)	Flujos
1 enero	100	
10 enero	110	–15
20 enero	90	20
31 enero	110	–20

a) 10%

b) 21%

c) –5%

d) 15%

2. ¿Qué tienen en común las ratios de Sharpe y el índice de Treynor?

a) Tienen en cuenta el riesgo de la inversión

b) Para el cálculo del riesgo utilizan series históricas de datos

c) Sirven para elaborar rankings de fondos de inversión

d) Todas las respuestas anteriores son correctas

3. En un activo con una rentabilidad media del 8%, con un coeficiente beta del 0,70 y una desviación estándar del 10%, ¿cuál es su índice de Treynor ?

a) 0,11

b) 0,80

c) 8,75

d) Falta información

4. Utilizando los siguientes datos, ¿cuál es la ratio de Sharpe del activo A?

	Activo A	Activo B
Rentabilidad media activo	10%	12%
Rentabilidad activo libre riesgo	2%	2%
Rentabilidad media mercado	15%	15%
Beta del activo	0,5	0,80
Varianza activo	0,0025	0,0064
Varianza mercado	0,0225	0,0225

a) 3.200

b) 1,6

c) 0,625

d) Faltan información

5. Según el enunciado de la pregunta 4 y basándose en la ratio de Sharpe, ¿cuál de los siguientes enunciados es cierto?

a) El fondo A es preferible al fondo B

b) El fondo B es preferible al fondo A

c) Los dos fondos ofrecen idénticas características

d) Falta información

6. Según el enunciado de la pregunta 4 ¿cuál es el índice de Treynor del fondo A?

a) 0,16

b) 1,6

c) 1,50

d) 0,125

7. Según el enunciado de la pregunta 4 ¿cuál es el Alfa de Jensen del fondo B?

a) 0,40%

b) –0,40%

c) 10%

d) –1%

8. Según el enunciado de la pregunta 4 y basándose en las ratios de Sharpe, Treynor y Alfa de Jensen:

a) Según la ratio de Treynor el fondo B es mejor que el fondo A

b) Según el Alfa de Jensen el fondo A es mejor que el fondo B

c) En todos los aspectos el fondo A es mejor que el fondo B

d) En todos los aspectos el fondo B es mejor que el fondo A

9. ¿Qué es el *Asset Allocation*?

a) Realización de análisis fundamental macro y micro

b) Confección de *benchmarks* adecuados a la cartera de inversión

c) Definición de una distribución de inversión entre mercados y activos

d) Ejecución de una cartera modelo

10. A partir de los datos de la siguiente tabla, determina que rentabilidad extra ha obtenido el gestor debido a la localización de activos *(asset allocation)*:

Mercado	Peso cartera	Rentabilidad cartera	Peso *benchmark*	Rentabilidad *benchmark*
Eurostoxx 50	85%	6,40%	75%	6,20%
Bonos	10%	4%	10%	4,20%
Cash	5%	2%	15%	2%

a) 0,44%

b) 0,15%

c) 0,57%

d) 0,26%

11. ¿Qué rentabilidad extra ha obtenido el gestor por selección de activos (*security selection*)?

a) 0,44%

b) 0,13%

c) –0,05%

d) –0,15%

12. ¿Qué rentabilidad extra en conjunto ha obtenido el gestor?

a) –0,25%

b) 0,44%

c) 0,57%

d) –0,35%

13. ¿Qué es el *market timing*?

a) Horario de contratación bursátil

b) Capacidad de adaptación del gestor a las situaciones del mercado

c) Rentabilidad extra obtenida por el gestor en el plazo de un año

d) Ninguna respuesta de las anteriores es correcta

14. A la hora de comprar fondos de inversión, __________ el que tenga mejor ______________.

a) Elegiremos / ranking

b) Elegiremos / rating

c) Descartaremos / Alfa de Jensen

d) Descartaremos / ratio de Treynor

15. Si se sabe que la desviación estándar de un activo es del 10%, la del mercado del 15% y la correlación entre ambos del 90%, ¿cuál será beta del activo?

a) 0,06

b) 0,09

c) 0,6

d) Ninguna de las anteriores.

16. Se entiende por *tracking error*:

a) La desviación típica de los diferenciales de rendimiento de una cartera respecto a la de su *benchmark*

b) El error que comete un gestor al sobreponderar la cartera de un valor

c) La evolución histórica medida como volatilidad de la cartera

d) Una forma de medir el riesgo sistemático según el CAPM

SOLUCIONES AL TEST
MEDIDAS ESTÁNDAR DE MEDICIÓN DE RESULTADOS

1.– D

Rentabilidad primer período (1-10 enero) = $\frac{(110+15)-100}{100} = 25\%$

Rentabilidad primer período (10-20 enero) = $\frac{(90-20)-110}{110} = -36,36\%$

Rentabilidad primer período (20-31 enero) = $\frac{(110+20)-90}{90} = 44,44\%$

Rentabilidad total = (1+0,25) × (1–0,36) × (1+0,44) – 1 = 15%

2.– D

3.– D

El índice de Treynor se define como $T_c = \frac{\overline{r}_c - \overline{r}_f}{\beta_c}$, por tanto, falta por conocer la rentabilidad libre de riesgo.

4.– B

La ratio de Sharpe se define como $S_c = \frac{\overline{r}_c - \overline{r}_f}{\sigma_c} = \frac{10\% - 2\%}{\sqrt{0,0025}} = 1,6$

5.– A

La ratio de Sharpe del fondo B es 1,25, menor que la del fondo A. En consecuencia, el fondo A es preferible al fondo B porque su ratio de Sharpe es superior.

6.– A

El índice de Treynor se define como $T_c = \frac{\overline{r}_c - \overline{r}_f}{\beta_c} = \frac{10\% - 2\%}{0,5} = 0,16$

7.– B

El Alfa de Jensen se define como: $\alpha_c = \overline{r}_c - E\left[r_c\right] = \overline{r}_c - \left[\overline{r}_f + \beta_c(\overline{r}_m - \overline{r}_f)\right] =$

$12\% - \left[2\% + 0,80\left(15\% - 2\%\right)\right] = -0,40\%$

8.– C

El fondo A obtiene una ratio de Sharpe, índice de Treynor y Alfa de Jensen mayor que el fondo B.

9.– C

10.– A

Asset allocation se define como $\sum_{i=1}^{n}(w_i - W_i)R_i =$

$= (85\% - 75\%)\ 6{,}40\% + (10\% - 10\%)\ 4\% + (5\% - 15\%)\ 2\% = 0{,}44$

11.– B

Security selection se define como $\sum_{i=1}^{n} w_i(r_i - R_i) =$

$= 75\%\ (6{,}40\% - 6{,}20\%) + 10\%\ (4\% - 4{,}20\%) + 15\%\ (2\%–2\%) = 0{,}13\%$

12.– C

Rentabilidad gestor = 85% × 6,40% + 10% × 4% + 5% × 2% = 5,94%

Rentabilidad *benchmark* = 75% × 6,20% + 10% × 4,20% + 15% × 2% = 5,37%

Rentabilidad extra = 5,94% – 5,37% = 0,57%

13.– B

14.– B

15.– C

Si la beta de un activo se define como: $\beta_i = \frac{\text{cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}$

y la covarianza como $\text{cov}(r_i, r_m) = \sigma_1 \sigma_m \rho_{im} = 0{,}10 \times 0{,}15 \times 0{,}90 = 0{,}0135$

entonces $\beta_i = \frac{\text{cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2} = \frac{0{,}0135}{0{,}15^2} = 0{,}6$

16.– A

Bibliografía

BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. *Investments*. McGraw-Hill Irwin. Illinois, 2002.

GÓMEZ-BEZARES, F. *Gestión de Carteras*. Biblioteca de Gestión Desclée de Brouwer. S.A. Bilbao, 1993.

GORDILLO, M. *Guía de Performance, Riesgo y Rentabilidad*. Bancoval. Madrid, 2003.

NEUBAUER, F. *Gestión de carteras. El concepto de beneficio potencial y su aplicación*. McGraw Hill. Madrid, 1991.

SHARPE, W. *Portfolio theory and capital markets*. McGraw-Hill. Nueva York, 1970.

www.cnmv.es

www.inverco.es

www.zsharpe.com

Cuarta parte

Comunicación de resultados

Objetivos de la cuarta parte

Una vez leída esta parte, se deberá ser capaz de:

1. Diferenciar entre los resultados que deben presentarse a corto y a largo plazo.
2. Definir las principales características de las normas GIPS.
3. Saber cuáles son las secciones de las normas GIPS.
4. Determinar qué información se considera relevante en las normas GIPS.
5. Calcular la consistencia en los resultados de las carteras.

Capítulo 1

Comunicación de resultados al cliente a corto y largo plazo

1.1. Comunicación de resultados al cliente a corto y largo plazo

Cuando un gestor se reúne con un inversor que desea crear una cartera, la información intercambiada siempre se mueve alrededor de los objetivos que tiene el inversor. Estos objetivos pueden ser para cualquier horizonte de inversión, desde el corto plazo hasta el largo plazo.

Una vez determinados dichos objetivos se comunican al inversor los acuerdos a los que se han llegado.

– Objetivo de rentabilidad-riesgo.
– Determinación del tipo de gestión (pasiva o activa) que se llevará a cabo.
– Tipología de política de inversión en que se basará la gestión.

Cuando la cartera ya ha sido creada, el inversor irá recibiendo periódicamente información sobre el estado de sus inversiones. Esta información suele dividirse en dos: a) una información sobre los resultados a corto plazo y b) información sobre los resultados a largo plazo.

La información de resultados a corto plazo hace referencia a a) las desviaciones puntuales que se producen en la rentabilidad y riesgo, b) las causas por las que se han producido tales desviaciones y c) las acciones que se llevarán a cabo para mantener el objetivo de rentabilidad y riesgo propuesto al inicio de la inversión. La información a corto plazo incluye las rentabilidades y volatilidades obtenidas en los últimos meses. Este tipo de información es meramente informativa y no debe influir en los objetivos a largo plazo.

Por otro lado, en la información referente a las rentabilidades a largo plazo se presentan las expectativas de rentabilidad y riesgo que se determinaron en el momento de realizar la inversión y cuál ha sido el cumplimiento de dichas expectativas. Si se ha producido una desviación notable, se exponen las acciones que se llevarán a cabo para lograr la rentabilidad esperada. La información a largo plazo incluye las rentabilidades logradas en plazos largos, normalmente rentabilidades y volatilidades de los últimos años. Un aspecto importante de esta información es la homogeneidad en la gestión y política de inversión que se determinó en el momento inicial.

Capítulo 2

Normas internacionales de presentación de resultados. GIPS

2.1. Normas internacionales de presentación de resultados. GIPS

Un factor importante a la hora de determinar la decisión de invertir (o no) en un determinado activo es su rentabilidad. La información sobre esta rentabilidad se puede presentar de diferentes maneras. Supongamos dos productos bancarios que garantizan, respectivamente, un 50% y un 4%. Aparentemente, el producto más atrayente parece ser el que garantiza el 50%. Sin embargo, al fijarse en el plazo, la rentabilidad del 50% se garantiza si se deposita durante 20 años el dinero, mientras que el 4% es una rentabilidad garantizada mediante un depósito anual. Por tanto, ambas rentabilidades no son comparables. Para solucionar este problema se determinó una metodología que sirviera para poder comparar resultados y se acordó utilizar la TAE (Tasa Anual Equivalente).

Esta comparación de rentabilidades no puede realizarse cuando se quiere comparar resultados de gestoras de diferentes países. Por este motivo se crearon las normas GIPS (*Global Investment Performance Standards),* también llamadas Normas Internacionales sobre Rendimientos de Inversiones.

El objetivo principal de estas normas es que la presentación de resultados por parte de los gestores se realice de forma homogénea en todos los países. De este modo los inversores podrán comparar fácilmente distintas sociedades de gestión con independencia del país en que estén, con la tranquilidad de saber que los resultados son presentados de forma completa y fiel.

2.1.1. *Inicios*

Los primeros estándares de información fueron expuestos en Estados Unidos en 1995, se llaman PPS *(Performance Presentation Standards)* y fueron promovidos por *CFA Institute* (anteriormente llamado AIMR, *Association for Investment*

Management and Research, esto es, la Asociación para la Gestión y Análisis de Inversiones).

En Estados Unidos estas normas se propagaron rápidamente y actualmente la mayoría de las sociedades de inversión presentan sus resultados mediante dichas normas.

En Europa no fue hasta 1999 cuando se publicaron las normas GIPS. Estas normas fueron realizadas por representantes del CFA Institute y de EFFAS (*European Federation of Financial Analysts Societies* –Federación Europea de Sociedades de Analistas Financieros).

Para promover las normas GIPS por todo el mundo, el CFA Institute constituyó un organismo internacional con esta finalidad, el IPC (*Investment Performance Council*). Este organismo tiene varios subcomités para su promoción local. Por ejemplo, el subcomité europeo se llama EIPC (*European Investment Performance Commitee*).

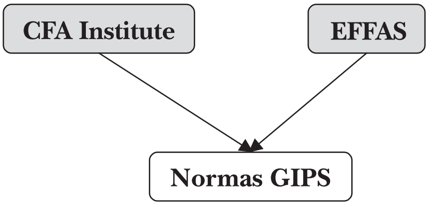
Para que el IPC valide la adopción de las normas en un país concreto deben cumplirse dos requisitos:

a) Existencia de una entidad promotora representativa del sector financiero local que se encargue de promover y divulgar las normas GIPS y representar al país ante el IPC.
b) Selección del formato de adopción.

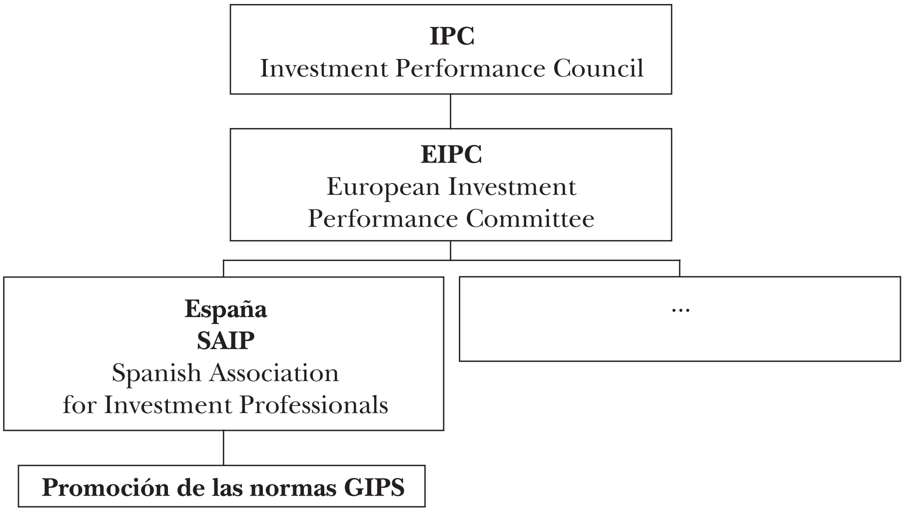
En España, la entidad promotora es la SAIP (*Spanish Association for Investment Professionals* –Sociedad Española de Profesionales de la Inversión) que depende del CFA Institute en España. Concretamente, SAIP ha creado un comité específico con la finalidad de promover las normas GIPS llamado SIPC (*Spanish Investment Performance Commitee*).

De modo esquemático, tenemos lo siguiente:

Redacción 1999



Promoción:

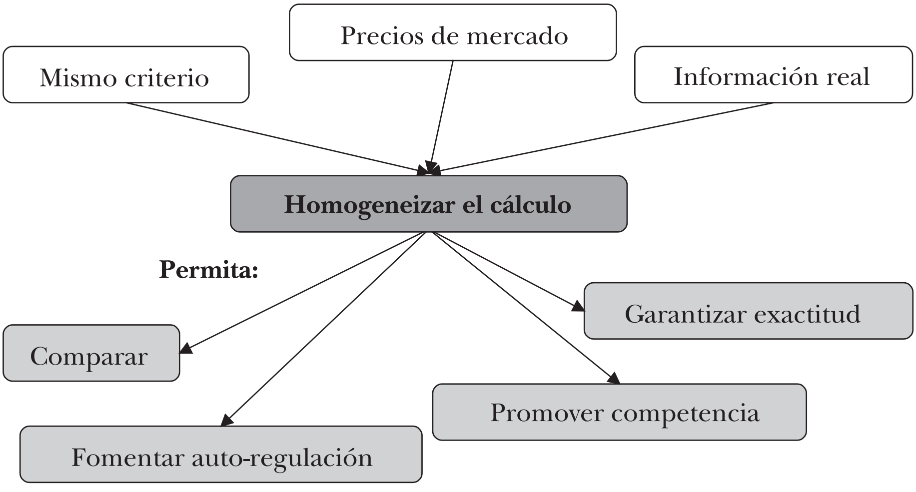


2.1.2. *Objetivos y características de las GIPS*

Los objetivos que persiguen las normas GIPS son varios aunque todos ellos se centran en la importancia que tiene la homogeneización de resultados para que el inversor pueda compararlos fácilmente.

Entre otros objetivos, pueden destacarse los siguientes:

- La presentación de los rendimientos debe ser lo más transparente posible. Para conseguir este objetivo se deberá utilizar un formato que pueda ser comparable, que refleje información fiel y que muestre información relevante de la sociedad.
- Si las sociedades han de cumplir unos estándares de calidad en la presentación de resultados, también significa que las herramientas de medición y cálculo deben ser homogéneas.
- Si las normas fueran aceptadas internacionalmente, el mercado por sí solo ya iría descartando a aquellas sociedades que no cumplan con los requisitos pues sería una exigencia mínima por parte de los inversores. De este modo se lograría la autorregulación del sector.



Para cumplir estos objetivos, las normas GIPS pueden ser aplicadas por cualquier sociedad que gestione activos por cuenta ajena, Agencias y Sociedades de Valores, Banca Privada, Sociedades de Gestión de Instituciones de Inversión Colectiva, etc., con independencia de su país de origen. Por tanto, una sociedad de inversión de un país en el que no exista normativa local sobre la presentación de resultados puede igualmente adherirse al cumplimiento de las normas GIPS.

Si, en cambio, una sociedad de inversión está en un país en el que xiste normativa local, se recomienda que cumpla con ésta pero que cumpla igualmente con las normas GIPS, mencionando en todo momento las leyes o reglamentos que entren en conflicto con las GIPS y presentando la equivalencia entre ambos conjuntos de normas.

Las principales características de las normas GIPS son:

- Son estándares éticos para asegurar que la presentación de resultados sea fiel a la realidad.
- Exigen a los gestores que todas las carteras con similares objetivos de inversión (fondos de renta variable nacional, renta variable euro, etc.) deben ser incluidas en un agregado.
- El historial mínimo de rentabilidades que debe presentar una entidad, cumpliendo con las normas GIPS, es de 5 años. Si fuera menor debe hacerlo desde el inicio de la entidad o del agregado.
- Las entidades deben utilizar métodos de cálculo que permitan medir con exactitud los datos originales. De este modo se garantiza la veracidad de la presentación de los rendimientos.

– Los agregados o índices de referencia deben ser creados *ex ante* y no después de la obtención de los resultados. En información relevante debe definirse el índice de referencia y el tiempo que lleva empleándose.

Las características de las normas GIPS son una base que las entidades deberían cumplir. No obstante, se incentiva a dichas entidades para que su cumplimiento no se limite únicamente a las normas básicas.

2.1.3. *Contenido de las normas*

Las normas GIPS están dividas en cinco secciones o etapas que se deben completar para que la presentación de resultados sea fiel, completa y comparable.

Estas cinco secciones son:

1. Datos originales
2. Metodología de cálculo
3. Construcción de agregados
4. Información relevante
5. Presentación de la información

2.1.3.1. Datos originales

A pesar de parecer obvio, las normas GIPS remarcan que los datos utilizados para el cálculo de rentabilidades deben ser originales y deben mantenerse para respaldar las rentabilidades presentadas.

Esta especificación es clave para obtener presentaciones completas, fieles y comparables.

Las normas GIPS requieren que los datos utilizados cumplan las siguientes características:

– Deben basarse en valores de mercado.

– Las carteras deben valorarse mensualmente.

– Los activos de renta fija o los que devengan intereses deberán contabilizarse según el principio de devengo.

– Los dividendos deberán contabilizarse en fecha de corte (*ex date*), es decir, cuando el poseedor adquiere el derecho a cobrarlo, con independencia del momento en que se materialice el cobro.

Ejemplo 1

Determine si cumplen o no las normas GIPS:

a) La entidad A utiliza el método *Black & Scholes* para valorar las opciones de MEFF sobre el Ibex-35.
b) La entidad B periodifica diariamente el cupón que cobrará el próximo año del *bund* alemán a 10 años que tiene en cartera.
c) Vodafone paga un dividendo de 0,5 euros por acción el día 4 de junio y lo liquidará el 10 de septiembre. La entidad C lo incorpora en cartera el día de su cobro, es decir, el 10 de septiembre.

La única entidad que cumple con las normas GIPS es la entidad B. La entidad A debería utilizar datos del mercado y no un método interno para el cálculo de las opciones de MEFF. La entidad C debería contabilizar el dividendo el día 4 de junio.

2.1.3.2. Metodología del cálculo

Aunque los datos sean originales, si el método de cálculo no es homogéneo resultará complicado poder comparar datos entre distintas entidades. Por tanto, es importante que la metodología de cálculo esté estandarizada.

Las rentabilidades han de calcularse ajustadas por flujos de efectivo ponderadas temporalmente. Para ello se utiliza el cálculo de la rentabilidad de la cartera o *Dollar-weighted rate of return.*

El cálculo de la rentabilidad total debe incluir:

– Plusvalías y minusvalías realizadas.
– Plusvalías y minusvalías latentes.
– Rendimientos devengados.
– Rendimientos derivados del efectivo o activos equivalentes (tesorería, repos a 1 día, etc.).
– Costes de transacción.

Ejemplo 2

Diga cuál de las siguientes entidades cumple con las normas GIPS:

a) La entidad A incorpora la comisión que le aplica el broker por la compra de las acciones de ENI.

b) La entidad B no incorpora los intereses que le ofrece la cuenta corriente del depositario al considerar que no es un activo financiero.

La entidad A cumple con el requisito de metodología de cálculo al incorporar el coste de transacción, mientras que la entidad B no lo cumple porque los intereses de la cuenta corriente son considerados rendimientos de efectivo. Por tanto dichos intereses deben ser incluidos en el cálculo de rentabilidad.

2.1.3.3. Construcción de agregados

Tal y como se ha descrito anteriormente, un agregado es un conjunto de carteras con igual objetivo o naturaleza de inversión.

Por tanto, la rentabilidad del agregado será la media ponderada (por patrimonio) de las rentabilidades de las cartera que componen el agregado. Es decir, si tenemos las carteras (de renta variable nacional) A, B y C, el agregado será la suma de las tres carteras y la rentabilidad será la rentabilidad ponderada en función del patrimonio de cada cartera.

$$R_a = \sum_{i=1}^{n} r_i \times w_i$$

$$w_i = \frac{\text{patrimonio}_i}{\sum \text{patrimonios del agregado}}$$

donde:

R_a = Rentabilidad del agregado
r_i = Rentabilidad del activo *i*
w_i = Ponderación del activo *i* en el agregado

Las normas GIPS requieren que cada cartera real de gestión discrecional sea incluida en, al menos, un agregado. Una vez incluida en un agregado, la cartera no podrá cambiarse a otro. El único caso permitido es cuando la cartera o el agregado modifiquen su definición de objetivos.

2.1.3.4. Información relevante

Para comprender mejor los rendimientos de inversión y permitir a las entidades explicar con detalle los datos incluidos en el informe, se elaborará un apartado con información relevante.

Existe una serie de información relevante que es de obligada presentación:

- Definición de entidad. Este aspecto es importante a la hora de determinar el total de activos de la entidad.
- Activos totales de la entidad para cada período.
- Descripción de los agregados de la entidad.
- El patrimonio mínimo a partir del cual se incluiría una cartera en un agregado (únicamente en el caso de existir límite en el patrimonio).
- Divisa utilizada en la presentación.
- Si los rendimientos de inversión son calculados en términos brutos o netos (teniendo en cuenta las comisiones de gestión).
- El porcentaje del agregado invertido en países o regiones no incluidos en el índice de referencia, para agregados gestionados contra índice de referencia específicos
- Si existe normativa local sobre la presentación de resultados y si ésta entra en conflicto con las normas GIPS o difiere de éstas.
- Si se utilizan derivados se debe indicar su grado de uso, frecuencia y características que permitan identificar el riesgo en que se incurre.

Conjuntamente con esta información obligatoria, SAIP recomienda presentar la siguiente información adicional:

- Fuentes y métodos de valoración de carteras utilizados por la entidad.
- Método de cálculo de rentabilidad utilizado por la entidad.
- Si los rendimientos son brutos de comisiones de gestión debe presentarse un esquema de comisiones.
- Si, en cambio, los rendimientos son netos se debe presentar la media ponderada de las comisiones aplicadas.
- Cualquier hecho relevante ocurrido en la entidad.

2.1.3.5. Presentación de la información

Una vez los datos hayan sido recogidos, agregados y tratados para la obtención de las rentabilidades, y una vez la información relevante necesaria haya sido determinada, se presentará la información basándose en lo que estipulan las normas GIPS.

La información mínima que ha de tener el informe es:

- Al menos 5 años de rentabilidades hasta un máximo de 10. Es decir, si la entidad tiene seis años de historial se deberían presentar 6 años, si tuviera siete, presentar 7 y así hasta los 10 años. Si la entidad tiene un historial inferior a 5 años, se incluiría la rentabilidad desde la constitución de la entidad. Cuando la entidad tenga más de 10 años de historial, sólo se deberán presentar los 10 últimos años.

- Las rentabilidades han de ser anuales a excepción de que éstas fueran inferiores al año. En este caso se presentaría la rentabilidad sin ser anualizada.

– El número de carteras y el patrimonio total gestionado del agregado así como el porcentaje que representa el agregado en el total de patrimonio gestionado de la entidad.

– Medida de dispersión de las rentabilidades (por ejemplo, la desviación estándar).

– Declaración de cumplimiento estándar.

– Fecha de creación del agregado.

– Si una entidad logra cumplir con las normas GIPS, puede unir rentabilidades pasadas a la fecha de cumplimiento, siempre y cuando quede especificado el año a partir del cual se cumplen las normas. De este modo se diferenciarán los datos que no cumplen las normas y los que sí las cumplen.

2.1.4. *Cumplimiento de las normas GIPS*

Para que una entidad pueda decir en sus informes que cumple con las normas GIPS, ha de cumplir con los siguientes requisitos:

1. Cumplir con todas las normas GIPS. Cumplir con las cinco secciones de las normas.
2. Comprobar el cumplimiento mediante controles internos en todas las fases de medición de rendimientos.
3. Permitir la medición de rendimientos por parte de terceras partes independientes. Esta medición aportaría valor a las actividades internas de medición del riesgo.
4. Pueden utilizarse agregados elaborados por terceros, siempre y cuando éstos cumplan también con las normas GIPS.

Una vez se hayan cumplido todos estos requisitos la entidad podrá incluir en sus informes la siguiente leyenda:

> «La entidad AAAAA ha preparado y presentado este informe en cumplimiento de las Normas Internacionales de Rendimientos de Inversión (GIPS).»

Capítulo 3

Consistencia en la gestión

3.1. Consistencia en la gestión

Si se comparan los siguientes datos referentes a las distintas relaciones de rentabilidad y riesgo logradas por dos fondos en el último año, ¿cuál de estos fondos elegiría?

	Fondo A	Fondo B
Rentabilidad último año	15,33%	12,21%
Volatilidad último año	18,89%	17,32%
Sharpe ratio	0,71	0,59
Treynor ratio	15,68	10,21
Alfa de Jensen	4,83%	0,21%

Obviamente, se elegiría el fondo A, porque tanto la rentabilidad como la rentabilidad ajustada por riesgo son mejores que las del fondo B. No obstante, falta información para poder determinar en qué fondo se debe invertir.

Esto es así porque la información referente al último año no es información suficiente para determinar si invertir, o no, en un fondo de inversión. El motivo es que se necesita un plazo mayor, es decir, se necesita saber si los datos presentados para el último año han sido parecidos a los logrados en años anteriores.

Existen gestores que en ocasiones logran rentabilidades inferiores a las del mercado pero que, en cambio, gozan de una excelente reputación por haber logrado sistemáticamente rentabilidades positivas y constantes. En este caso estos gestores han sido consistentes en su gestión pues constantemente han ido logrando rentabilidades positivas.

Para saber si un gestor es consistente en su gestión, se debe estudiar si las rentabilidades logradas en los últimos años son constantes o sufren grandes cambios. De igual modo, también deben estudiarse las volatilidades logradas en los últimos años para determinar si la gestión del riesgo es positiva o no.

Otra manera de estudiar la consistencia en la gestión es realizar el análisis de la rentabilidad ajustada por riesgo. Para ello se analizan los valores de éstas en intervalos de 365 días y se calcula el porcentaje de veces que éstas han sido superiores a las logradas por el mercado.

La principal ventaja que reporta una buena consistencia en la gestión de un fondo es la confianza que se da a los partícipes, permitiendo al gestor dos cosas: que se centre en los objetivos marcados y reduzca de esta forma errores o decisiones precipitadas que implican un riesgo mayor al deseado para dicha gestión, y que la cartera no tenga que modificarse constantemente.

Ejemplo 1

El cuadro siguiente incluye, para varios fondos o, con datos diarios y un plazo de 5 años, el número de veces que dichos fondos han logrado valores superiores a los logrados por el mercado, o en el caso de la volatilidad, inferiores.

	Rentabilidad	Volatilidad	Sharpe	Treynor	Alfa Jensen
Fondo 1	97,03%	100,00%	93,37%	93,37%	95,94%
Fondo 2	96,64%	100,00%	92,48%	92,48%	95,94%
Fondo 3	92,28%	89,42%	73,19%	73,19%	78,04%
Fondo 4	3,26%	5,84%	27,89%	27,89%	39,86%
Fondo 5	13,25%	26,81%	26,81%	26,81%	24,13%

Los tres primeros fondos tienen una consistencia en los resultados. Esto permite avalar su gestión, mostrando confianza para poder depositar los ahorros en ellos. Por el contrario, los fondos 4 y 5 no muestran porcentajes altos y demuestran que su gestión no es homogénea.

Tras la lectura de esta parte debe haber quedado claro:

1. La comunicación de resultados a corto plazo es meramente informativa y no influye en las decisiones del gestor.
2. Las normas GIPS nacen con el objetivo principal de homogeneizar los cálculos de rentabilidades y así poder comparar el resultado de distintos gestores.
3. Las principales características de las normas GIPS son:
   - Los resultados han de ser fieles a la realidad.
   - Creación de un agregado.
   - Historial mínimo de 5 años.
   - Utilización de métodos de cálculo para medir con exactitud los datos.
   - El *benchmark* debe ser definido antes de la inversión.
4. Las cinco secciones de las normas GIPS son:
   - Datos originales.
   - Metodología de cálculo.
   - Construcción de agregados.
   - Información relevante.
   - Presentación de la información.
5. Para determinar que un gestor mantiene una política de inversión buena, además de los valores de las rentabilidades ajustadas por riesgo, debe analizarse la consistencia de los resultados.

TEST. COMUNICACIÓN DE RESULTADOS

1. Las normas GIPS corresponden a:

a) Asociación de analistas de inversión

b) Normas internacionales sobre presentación de resultados

c) Una ratio de rentabilidad ajustada al riesgo

d) Una técnica de *asset allocation*

2. ¿Cuál es el principal objetivo de las normas GIPS?

a) Tener una presentación de resultados homogénea para todos los países

b) Permitir comparar de forma rápida la evolución de varios fondos

c) Permitir comparar de forma rápida el comportamiento de varios fondos

d) Todas las respuestas anteriores son correctas

3. En España, el organismo promotor de las normas GIPS es:

a) CNMV. Comisión Nacional del Mercado de Valores

b) CFA Instituite

c) SAIP. *Spanish Association for Investment Professionals*

d) Inverco

4. ¿Qué datos utilizará un entidad gestora para cumplir con los requisitos de las normas GIPS?

a) Utilizará dos tipos de criterios distintos que deberán mantenerse a lo largo de los años. Uno para la presentación de información a inversores y otro para la presentación de datos a los socios de la entidad gestora

b) Los precios deberán ser precios de mercado

c) Los productos OTC no estarán incluidos dentro del cálculo de resultados por la complejidad de obtener un precio real

d) Ninguna de las anteriores

5. Las principales características de las normas GIPS son:

a) Son estándares éticos para asegurar que la presentación de resultados sea fiel a la realidad

b) El historial mínimo de rentabilidades que debe presentarse es de 5 años

c) En el caso de ser menor a 5 años deberá incluirse desde el inicio de la entidad

d) Todas las respuestas anteriores son correctas

6. ¿Qué secciones debe tener la presentación de resultados para que sean imagen fiel, comparable y completa?

a) El método de cálculo deberá ser homogéneo

b) La construcción de agregados

c) Datos relevantes

d) Todas las respuestas anteriores son correctas

7. ¿Cuál de los siguientes fondos cumple con las normas GIPS?

Fondo A: Indica en el informe que los cálculos son en euros. Las acciones que tiene de empresas americanas las traduce a euros mediante el tipo de cambio del día

Fondo B: Las acciones denominadas en distinta divisa a la nacional, euros en España, las mantiene en la divisa original para realizar el cálculo de obtención de rentabilidad

Fondo C: Periodifica diariamente los intereses de los activos de renta fija de sus carteras

Fondo D: Incorpora en el informe el objetivo de inversión y el resultado obtenido con los productos derivados de su cartera

a) Fondo A, C y D

b) Fondo A y B

c) Fondo B y C

d) Los cuatro fondos

SOLUCIONES AL TEST COMUNICACIÓN DE RESULTADOS

1.– B

2.– D

3.– C

4.– B

5.– D

6.– D

7.– A

El fondo B no lo cumple porque la rentabilidad que obtiene proviene de la revalorización de los activos y la apreciación o depreciación de las demás monedas respecto a la moneda local.

Bibliografía

BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. *Investments*. McGraw-Hill Irwin. Illinois, 2002.

GÓMEZ-BEZARES, F. *Gestión de Carteras*. Biblioteca de Gestión Desclée de Brouwer, S.A. Bilbao, 1993.

GORDILLO, M. *Guía de Performance, Riesgo y Rentabilidad*. Bancoval. Madrid, 2003.

NEUBAUER, F. *Gestión de carteras. El concepto de beneficio potencial y su aplicación.* McGraw Hill. Madrid, 1991.

www.cfaspain.org

www.cfainstitute.org

www.bancoval.es